Кацюба О.А., Тимонин Д.В. Нахождение параметров нелинейных класса Гаммерштейна динамических систем при наличии помех в выходных сигналах. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей VIII Всерос. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2008. – С. 52-55.

НАХОЖДЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ КЛАССА ГАММЕРШТЕЙНА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ В ВЫХОДНЫХ СИГНАЛАХ

О.А. Кацюба, Д.В. Тимонин

Самарский государственный университет путей сообщения,
г. Самара

Рассмотрим стационарную нелинейную динамическую систему, которая описывается следующим разностным уравнением:

$$Z_i - \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} Z_{i-m} = \sum_{m=0}^{r_1} a_0^{(m)} \eta_m (x_{i-m}), \qquad (1)$$

где выходная переменная Z_i наблюдается с аддитивными помехами в виде $Y_i = Z_i + \xi(i)$.

Требуется по наблюдаемым конечным выборочным реализациям последовательностей Y_i и X_i при известных порядках r и r_1 (1) определить оценки истинных значений параметров.

В [1] показано, что для получения состоятельных оценок параметров (1) применим следующий критерий:

$$\min_{\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} \in \widetilde{B}} \omega^{-1}(b) U_N(b,a), \qquad (2)$$

где $\widetilde{B}$ – компакт, $U_N(N) = \left(Y - \left|A_Y \;\vdots\; \eta(x)\right| \begin{vmatrix} b_0 \\ \hdashline a_0 \end{vmatrix}, Y - \left|A_Y \;\vdots\; \eta(x)\right| \begin{vmatrix} b_0 \\ \hdashline a_0 \end{vmatrix}\right)$,

где $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение, $\omega(b) = h_\xi(0) + (H_\xi b, b) - 2(\overline{h}_\xi, b)$,

$$Y = (Y_1, ..., Y_N)^T \in R_N, \; A_Y = \begin{vmatrix} Y_0 & \cdots & Y_{1-r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{N-1} & \cdots & Y_{N-r} \end{vmatrix}, \; \eta(x) = \begin{vmatrix} \eta(x_1) & \cdots & \eta_{r_1}(x_{1-r}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_1(x_N) & \cdots & \eta_{r_1}(x_{N-r_1}) \end{vmatrix},$$

$$\widetilde{H}_\xi = \left|\begin{array}{c:c:c:c} h_\xi(0) & h_\xi(1) & \cdots & h_\xi(r) \\ \hdashline h_\xi(1) & h_\xi(0) & \cdots & h_\xi(r-1) \\ \hdashline \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hdashline h_\xi(r) & h_\xi(r-1) & \cdots & h_\xi(0) \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c:c} h_\xi(0) & \overline{h}_\xi^T \\ \hdashline \overline{h}_\xi & H_\xi \end{array}\right|, \; H_\xi = \begin{vmatrix} h_\xi(0) & h_\xi(r-1) \\ h_\xi(r-1) & h_\xi(0) \end{vmatrix},$$

$\overline{h}_\xi = (h_\xi(1)\ldots h_\xi(r))^T \in R$, $\frac{1}{N}\xi(i)\xi(i+m)\xrightarrow[N\to\infty]{П.Н.} h_\xi^*(m) < \infty$, $m = \overline{0,r}$, где

$h_\xi^*(m)$ – локальная автокоррелированная функция.

Для получения численного метода вычисления оценок параметров из критерия (2) рассмотрим функцию

$V_N(b,a,\Theta) = U_N(b,a) - \Theta\omega(b)$, $\Theta \in R_1$, $V_N(\Theta) = \min\limits_{\left(\frac{b}{a}\right)\in\tilde{B}} V_N(b,a,\Theta)$, тогда

$$V_N(\Theta) = \left|\begin{array}{c}\hat{b}(N,\Theta)\\ \hline \hat{a}(N,\Theta)\end{array}\right|^T \left|\begin{array}{c|c} A_Y^T A_Y - \Theta H_\xi & A_Y^T \eta(x) \\ \hline \eta^T(x) A_Y & \eta^T(x)\eta(x)\end{array}\right| *$$

$$* \left|\begin{array}{c}\hat{b}(N,\Theta)\\ \hline \hat{a}(N,\Theta)\end{array}\right| - 2\left|\begin{array}{c} A_Y^T Y - \Theta\overline{h}_\xi \\ \hline \eta^T(x) Y\end{array}\right|^T \left|\begin{array}{c}\hat{b}(N,\Theta)\\ \hline \hat{a}(N,\Theta)\end{array}\right| + Y^T Y - \Theta h_\xi(0). \qquad (3)$$

Это позволяет определить параметр Θ, а затем и оценки параметров $\left|\begin{array}{c}\hat{b}(N,\Theta)\\ \hline \hat{a}(N,\Theta)\end{array}\right|$ на основе применения метода Ньютона:

$$\Theta(i+1) = \Theta(i) - \frac{V_N\left(\hat{\Theta}(i)\right)}{\dot{V}_N\left(\hat{\Theta}(i)\right)}.$$

Обоснованность использования метода Ньютона вытекает из того, что функция $V_N\left(\Theta\right)$ непрерывна на интервале $\forall\Theta \in \left[0, \lambda_{\min}(N)\right)$ и $\dot{V}_N\left(\Theta\right) < 0$ и $\ddot{V}_N\left(\Theta\right) \le 0$ на интервале $\forall\Theta \in \left[0, \lambda_{\min}(N)\right)$.

$$\ddot{V}_N(\Theta) = -2b^T(0)H_\xi(A_Y^T A_Y - \Theta H_\xi^*)^{-1} H_\xi^* b(0) - 2(\overline{h}_\xi^T (H_\xi^*)^{-1}\overline{h}_\xi +$$
$$+ 3(\overline{h}_\xi)^T (A_Y^T A_Y - \Theta H_\xi^*)^{-1} H_\xi b(\Theta) + b^T(\Theta) H_\xi^* (A_Y^T A_Y - \Theta H_\xi^*)^{-1}\overline{h}_\xi \le 0.$$

На основе вышеописанного алгоритма в среде Mathcad создано программное обеспечение, позволяющее получать оценки матриц параметров. В качестве результата работы приложения Identification на рис.1 и рис.2 приведены графики значений последовательности $\{Z_i\}$, а также значений последовательностей моделей $\left\{\hat{Z}_i^{МНК}\right\}$ и $\left\{\hat{Z}_i^{НМНК}\right\}$.

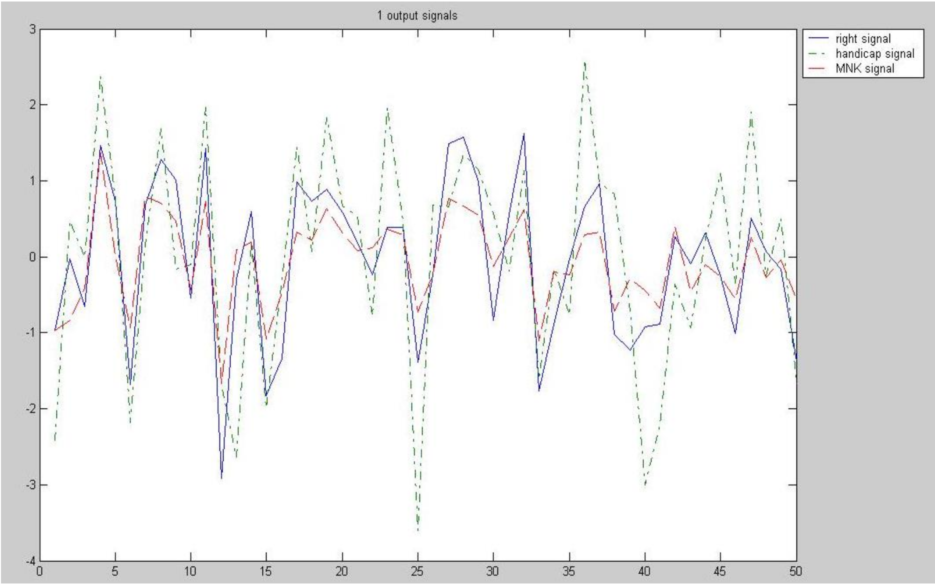

Рис. 1. Графики значений последовательностей $\{Z_i\}$ *и* $\left\{ \hat{Z}{}_i^{\,МНК} \right\}$

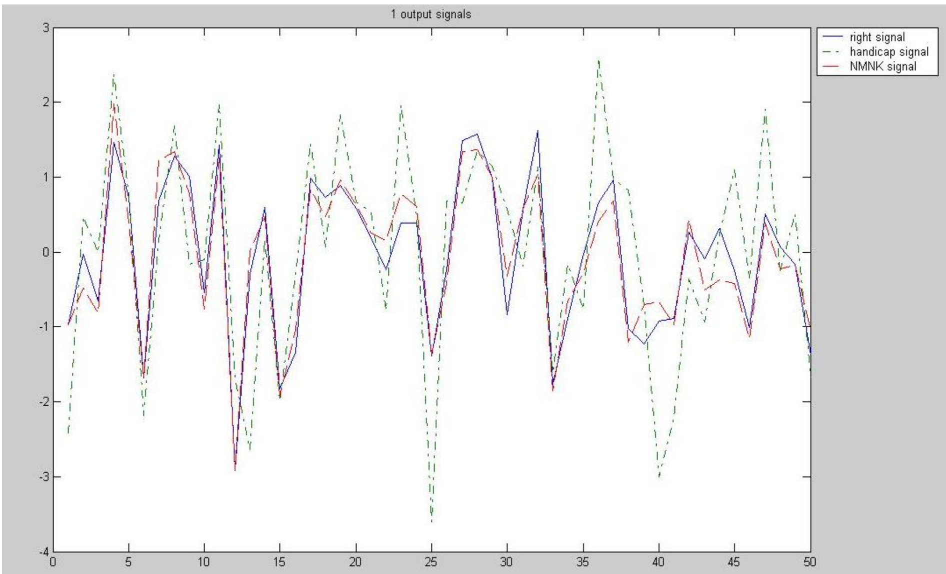

Рис. 2. Графики значений последовательностей $\{Z_i\}$ *и* $\left\{ \hat{Z}{}_i^{\,НМНК} \right\}$

На этих рисунках дисперсии по МНК составляют 0,2248, а по НМНК – 0,0823.

Библиографический список

1. Кацюба, О.А., Тимонин, Д.В. Численный метод идентификации параметров нелинейных динамических систем при наличии помех наблюдений // Сборник трудов «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-21». – Саратов, 2008. – Т. 2.