Садовников Н.В., Садовникова Н.М. Методические основы обучения алгоритмам в школьном курсе математики. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей VIII Всерос. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2008. – С. 151-155.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ АЛГОРИТМАМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Н.В. Садовников, Н.М. Садовникова

Пензенский государственный педагогический университет
им. В.Г. Белинского,
г. Пенза

Как известно, на содержательно–интуитивном уровне *алгоритм* – это точное и понятное предписание, указывающее, какие операции и в какой последовательности надо осуществить с данными, чтобы решить любую задачу данного типа. Суть алгоритма обычно раскрывают перечислением его следующих существенных свойств: 1) массовости; 2) элементарности и дискретности шагов; 3) детерминированности; 4) результативности.

Кроме алгоритмов для описания общего метода решения класса однотипных задач также используются *правила*, представляющие собой как бы свернутые алгоритмы. В них отдельные шаги являются блоками, системами операций в сжатом виде; некоторые операции, необходимые на начальном этапе формирования метода, вообще не содержатся в формулировке правила.

Любой алгоритм можно считать правилом, но не всякое правило является алгоритмом, так как оно обычно не обладает хотя бы одним из перечисленных четырех характеристических свойств алгоритма. Чаще всего в правиле не выделяются шаги (в этом смысле оно не обладает свойством дискретности) или не задается строгая последовательность шагов в решении задачи (отсутствует свойство детерминированности алгоритма). Правила в школьном курсе математики могут быть изложены в различных формах. Рассмотрим основные формы правил, используемых для решения любой задачи некоторого вида.

1. Основной формой правила является *словесное правило*, сформулированное на естественном языке. Примерами таких правил являются правило умножения десятичных дробей, правило возведения степени в степень, правило умножения многочлена на многочлен.

2. *Правило – формула*. Любую формулу можно представить в виде последовательности шагов по решению задачи. Например, формулу $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}$ можно прочитать как словесное правило нахождения производной функции $y=f(x)$ в точке x_0. Чтобы найти производную функции в точке x_0, надо:

1) зафиксировать аргумент x_0 и дать x_0 приращение $\Delta x(x_0+\Delta x)$;

2) найти соответствующее данному приращению аргумента приращение функции $\Delta f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$;

3) вычислить отношение $\frac{\Delta f\left(x_0\right)}{\Delta x}$;

4) найти значение этого отношения, если предположить, что $\Delta x \to 0$.

3. *Правило – тождество*. Примерами таких правил являются тождества сокращенного умножения, изучаемые в школьном курсе алгебры, в частности $\left(a-b\right)^2 = a^2 - 2b + b^2$. От символической записи можно перейти к словесной формулировке, легко получить программу – последовательность шагов для решения задачи нахождения квадрата любого двучлена.

4. *Правило – теорема*. Теоремы могут служить правилами для решения задач соответствующего вида. В частности, теорема Пифагора может служить правилом для решения задач на нахождение катета прямоугольного треугольника по известной гипотенузе и второму катету, а также на нахождение гипотенузы по двум катетам.

5. *Правило – определение*. Основой для правила решения задачи некоторого типа может служить определение соответствующего понятия. На основе определения: решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы, можно составить следующую программу решения системы неравенств с одной переменной: 1) решить каждое неравенство системы (т. е. получить числовой промежуток – его решение); 2) найти общую часть (пересечение) полученных числовых промежутков.

Как видно, правила для решения задач формулируются в математике обычно в свернутом виде (в форме словесного правила, формулы, тождества), и для того чтобы использовать эти правила для решения какой-либо задачи, нужно уметь эти правила развертывать в программы – последовательности шагов решения. Сказанное в еще большей степени относится к некоторым определениям и теоремам, на основе которых можно составить правила решения задач соответствующих видов.

Функциональное назначение правил и алгоритмов одинаковое – формирование общих методов решения класса однотипных задач. Методическое же назначение различно. Алгоритм целесообразно использовать на первоначальных этапах формирования действия, так как он дает подробное описание последовательности операций. Правило удобно применять тогда, когда в основном умение выполнять действие уже сформировано, и учащимся не нужно подробное описание операций.

При работе над правилами и алгоритмами в школьном курсе выделим следующие основные этапы: 1) мотивация изучения правила (алгоритма); 2) введение правила; 3) усвоение правила; 4) применение правила.

Цель первого этапа – актуализация знаний, необходимых для введения и обоснования алгоритма, показ необходимости (актуальности) правила или алгоритма для решения практических задач.

Цель второго этапа – с помощью различных методических средств и приемов подвести учащихся к «открытию» нужного правила, формулированию правила. Главная цель этапа усвоения правила состоит в отработке операций, входящих в алгоритм, и усвоении их последовательности.

Цель завершающего этапа – отработка правила в знакомых ситуациях (при варьировании исходных данных) и незнакомых ситуациях.

В частности, мотивировать изучение правила умножения десятичных дробей можно решением практических задач, решаемых умножением, в которых данные величины выражаются десятичными дробями. Можно предложить, например, задачу на нахождение площади прямоугольника.

Задача 1. Длина прямоугольника – 0,7 дм, ширина – 0,4 дм. Найдите площадь прямоугольника.

Из начальной школы ученикам известно: чтобы найти площадь прямоугольника, надо длину умножить на ширину: $S = 0{,}7 дм \cdot 0{,}4\ дм$. Перед нами встает проблема: как их перемножить? Перемножать десятичные дроби мы пока не умеем, а как можно свести решение нашей задачи к умножению натуральных чисел? Можно ли свести к умножению обыкновенных дробей?

К умножению натуральных чисел можно перейти, переводя дециметры в сантиметры, а к умножению обыкновенных дробей – если каждую десятичную дробь заменить равной обыкновенной дробью.

Перемножим данные величины, используя обе предложенные идеи:

1) $0{,}7\ дм \cdot 0{,}4\ дм = 7\ см \cdot 4\ см = 28\ см^2$. Перейдем обратно в дм^2: $28\ см^2 = 28 \cdot \frac{1}{100}\ дм^2 = \frac{28}{100}\ дм^2 = 0{,}28\ дм^2$;

2) $0{,}7\ дм \cdot 0{,}4\ дм = \frac{7}{10}\ дм \cdot \frac{4}{10}\ дм = \frac{28}{100}\ дм^2 = 0{,}28\ дм^2$.

Подведем итоги решения нашей задачи: итак, $0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$. Нетрудно догадаться, как получили в результате две цифры (28), исходя из имеющихся сомножителей. Обращаем внимание учащихся на то, что в полученном результате выделено запятой две цифры справа, а в сомножителях выделено было по одной цифре (а вместе – две).

Задача 2. 1кг соли стоит 1,23 рубля. Сколько стоит 0,3кг соли? Используя одну из предыдущих идей, получаем: $1{,}23 руб \cdot 0{,}3\ кг = 1\frac{23}{100} \cdot \frac{3}{10} = \frac{123}{100} \cdot \frac{3}{10} = \frac{369}{1000} = 0{,}369$. Опираясь на запись $1{,}23 \cdot 0{,}3 = 0{,}369$, легко усмотреть закономерность между полученным результатом и компонентами умножения: 1) 369 получается при умножении 123 на 3; 2) в результате выделяем справа запятой столько цифр, сколько их выделено в обоих сомножителях вместе.

После решения двух–трех специально подобранных задач и соответствующей методической обработки их решений можно предложить учащимся попытаться сформулировать самостоятельно правило умножения десятичных дробей (пока без примечания). Случай, если в произведении получается меньше цифр, чем надо отделить запятой, можно рассмотреть на конкретном примере. После чего дается окончательная формулировка искомого правила.

Очевидно, основным средством обучения на этапе усвоения правила служит *система упражнений*. При отборе содержания упражнений учителю следует соблюдать определенные *требования*, которые можно выделить, опираясь на исследования Я.И. Груденова, Г.И. Саранцева, Т.А. Ивановой по проблеме построения системы упражнений в обучении математике.

Требование полноты предполагает наличие в системе упражнений всех видов заданий на данное правило, включая и особенные случаи. В частности, упражнения на правило умножения десятичных дробей должны содержать по крайней мере четыре вида заданий:

1) умножение десятичной дроби на натуральное число;
2) цифр в произведении достаточно для отделения десятичных знаков;
3) не хватает цифр для целой части;
4) не хватает цифр для целой и дробной частей.

Согласно *требованию однотипности* на каждый вид задания должно быть не одно упражнение. Однотипные упражнения необходимы прежде всего для слабых учащихся и в меньшей мере для сильных.

Соблюдение *требования контрпримеров* ведет к воспитанию положительной мотивации и способствует углубленному пониманию правила. Под контрпримером понимается любая задача, которая провоцирует учащихся на ошибку. Так как школьные учебники практически не содержат таких задач, то учитель сам должен подбирать или придумывать такие упражнения.

Требование сравнения предполагает включение ряда взаимосвязанных упражнений, когда хотят подчеркнуть их сходство или различие, в частности, это могут быть упражнения на прямые и обратные операции, действия. Например, поставьте запятую в множителях так, чтобы равенства были верными:

$0,52 \cdot 167 = 8,684$; $52 \cdot 167 = 0,8684$.

Требование непрерывного повторения предполагает наличие в системе упражнений задач из предыдущих разделов с целью систематического повторения изученных действий и устранения отрицательного влияния однотипности упражнений. Например, в систему упражнений вида $-x^2 \cdot (-x^3)$, $5a^3 \cdot (-3a^3)$, $2y \cdot 2y$ и т.д. включать упражнения на сложение: $-x^2 - x^2$; $5a^3 + (-3a^3)$; $2y + 2y$ и т. д. Эти упражнения соответствуют одновременно и требованиям контрпримеров, и сравнения.

Требование вариативности реализуется двояко: во-первых, видоизменением формы выдачи заданий; во-вторых, разнообразием числовых и буквенных компонентов алгебраических выражений; в упражнениях по геометрии – варьированием рисунков и обозначений.

Требование единственного различия заключается в сохранении всех элементов формы упражнений при переходе от одного упражнения к другому, кроме одного. Например, после заданий на вычисление произведения 5,708 и 3,2 целесообразно предложить серию упражнений с «плавающими» запятыми:

1) $5,708 \cdot 3,2$; 2) $5,708 \cdot 0,32$; 3) $5,708 \cdot 0,032$.

При упорядочивании упражнений для занятий целесообразно соблюдать и другие требования, в частности, известный *принцип от простого к сложному*.