Липко Ю.Ю. Оценка полноты моделей нечеткого выбора. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей IX Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2009. – С. 91-95.

ОЦЕНКА ПОЛНОТЫ МОДЕЛЕЙ НЕЧЕТКОГО ВЫБОРА

Ю.Ю. Липко

Технологический институт Южного федерального университета
в г. Таганроге, Россия

Получена численная оценка достоверности или точности моделей нечеткого выбора.

Lipko Y.Y. The evaluation of model completeness of fuzzy choice.
The numerical evaluation of authenticity or precision of models of fuzzy choice has been obtained.

Модели нечеткого выбора должны удовлетворять требованиям полноты, которая подтверждается адекватностью параметров, получаемых на выходе моделей, реальным выходным параметрам функционирующей системы. Для моделей, методов, применяемых в исследованиях сложных систем, требуется обоснование достоверности. Поэтому необходимо подтверждение в виде численной оценки достоверности или точности получаемых результатов.

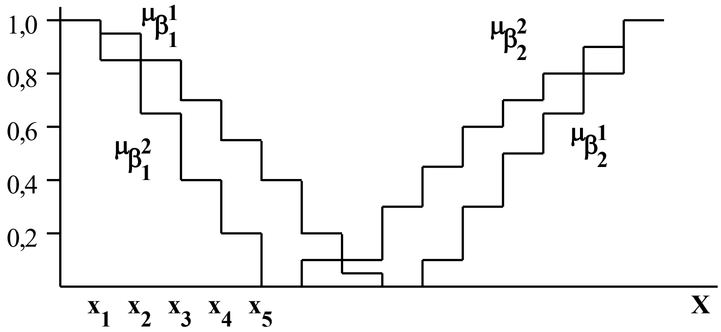
При применении методов имитационного моделирования для исследования систем оценку достоверности результатов моделирования осуществляют с помощью вероятностного критерия, который задается в следующем виде:

$$P = \{\left|\varepsilon(t) - \varepsilon^{*}(t)\right| \le \delta\} = \alpha,$$

где $\varepsilon^*(t)$ – значения случайной величины, получаемой в результате применения имитационного моделирования; $\varepsilon(t)$ – теоретическое (реальное) значение случайной величины; δ – заданная точность оценки; α – вероятность того, что эмпирическая оценка теоретического значения случайной величины $\varepsilon(t)$ не превысит заданную величину δ.

Нечеткий выбор осуществляется при произвольно заданных множествах предъявлений – начальном множестве X и множествах $B_i \subseteq X$, $i = \overline{1, k}$ на последующих этапах нечеткого выбора. Введем понятие нечеткой ошибки $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{C}}(M, X)$ применения модели нечеткого выбора $\tilde{C}(X)$ на множестве вариантов предъявления X при применении механизма M. Формализацию нечеткой ошибки $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{C}}(M, X)$ осуществим следующим образом. Элементы множества X эмпирическим путем ранжируем по мере роста неопределенности в отношении достоверности выбора. Введем понятие лингвистической переменной α_i – «ошибка i-го механизма нечеткого выбора». Экспертами определяются $T(\alpha_i)$ терм-множество лингвистической переменной α_i, а также функции принадлежности нечетких переменных из терм-множества $T(\alpha_i)$. Допустим, экспертами определено терм-множество $T(\alpha_i) = \{\beta_1^i, \beta_2^i\}$, где β_1^i – «незначительная ошибка i-го механизма нечеткого выбора»; β_2^i – «существенная ошибка i-го механизма нечеткого выбора». Нечеткие переменные β_j^i задаются в виде троек множеств $<\beta_j^i, X, \tilde{C}(\beta_j^i)>$, где $\tilde{C}(\beta_j^i)$ – нечеткие множества, задаваемые на множестве X, $\tilde{C}(\beta_j^i) = \{<\mu_{\tilde{C}(\beta_j^i)}(x)/(x)>\}$.

Пример задания функции принадлежности $<\mu_{\tilde{C}(\beta_j^i)}(x)$ приведен на рисунке.



Пример задания функции принадлежности

Нечеткая ошибка $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{C}}(M, X)$ задается как нечеткая переменная на базовом множестве X и имеет смысл «нечеткий результат принятия решений $\tilde{C}_M(X)$ ошибочен». Нечеткая модель выбора $\tilde{C}(X)$ применяется на множестве B={B_1,B_2,…,B_k}. Частость ошибок, возникающих при нечетком результате принятия решений $\tilde{C}$ на множестве B с помощью моделей механизма M_i, обозначим через $\Delta(M_i,B)$. Частость ошибок, возникающих при применении моделей механизма M_i на множестве $B_l \subseteq X$, $l = \overline{1, k}$, определим следующим образом. Для каждой переменной β_j^i зададим степени принадлежности $\mu_{\tilde{C}(\beta_j^i)}(x_p)$, характеризующие ошибку. Если лингвистическая переменная α_i имеет единственный терм β^i со смысловым значением «ошибка i-го механизма нечеткого выбора», то частость ошибки определится по формуле

$$\Delta_l(M_i, B_l) = \frac{1}{|B_l|}\sum_{p=1}^{|B_l|}\mu_{\tilde{C}(\beta^i)}(x_p), \quad x_p \in B_l.$$

Если лингвистическая переменная α_i имеет несколько термов β_j^i, $j = \overline{1, z}$, то для каждого j-го терма определится значение частости ошибки нечеткого выбора по формуле

$$\Delta_j(M_i, B_l) = \frac{1}{|B_l|}\sum_{p=1}^{|B_l|}\mu_{\tilde{C}(\beta_j^i)}(x_p), \quad x_p \in B_l,$$

а затем значение частости ошибки модели нечеткого выбора $\tilde{C}$ определится как средняя величина по формуле

$$\Delta_l(M_i, B_l) = \frac{1}{z}\sum_{j=1}^{z}\Delta_j(M_i, B_l).$$

Суммарную ошибку механизма M_i при применении модели нечеткого выбора $\tilde{C}$ на множестве B определим как среднее значение

$$\Delta(M_i, B) = \frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k}\Delta_l(M_i, B_l).$$

Среднее значение нечеткой ошибки $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{C}}(M_i, X)$ при реализации моделей нечеткого выбора $\tilde{C}_M(X)$ i-го механизма выбора рассматривается как вероятность ошибки $P_{\tilde{C}}(M_i)$. Пусть M – класс, охватывающий все модели механизмов нечеткого выбора M_i. Элементы класса считаются априорно определенными. Число моделей нечеткого выбора $\tilde{C}_M(X)$ определим величиной $G = \left|\tilde{C}_M(X)\right|$. Тогда величина H(M)=$\log_2$G будет энтропией класса M. Из неравенства Гефдинга получим оценку по закону больших чисел $P\{\left|P_{\tilde{C}}(M_i) - \Delta(M_i, B)\right| \geq \delta\} \leq \ell^{-2\delta^2 k}$ для фиксированной модели механизма M_i. Величина $\eta = \ell^{-2\delta^2 k}$ ограничена вероятностью того, что хотя бы для одной модели механизма нечеткого выбора M_i существует оценка $\left|P_{\tilde{C}}(M_i) - \Delta(M_i, B)\right| \geq \delta$, где δ – точность нечеткого выбора, реализуемого при применении модели нечеткого выбора $\tilde{C}(X)$. Исходя из условия, что заданное значение $\eta < 1$, можно найти значение мощности множества предъявлений B по формуле

$$k \geq \frac{1}{2\delta^2}(H(\boldsymbol{M})\ln 2 - \ln \eta). \quad (1)$$

При допущении существования нечеткого выбора на каждом из множеств X, B_1, B_2, …, B_k можно с вероятностью 1-η утверждать, что если k мощность множества B удовлетворяет неравенству (1), то для любого механизма нечеткого выбора $M_i \in M$ справедливо

$$P_{\tilde{C}}(M_i) \leq \Delta(M_i, B) + \delta. \quad (2)$$

Другими словами, этот вывод означает, что если найдена модель механизма M_i, включающая модели $\tilde{C}(X)$ нечеткого выбора на множестве B так, что выполняется условие (2), то нечеткий выбор на всем множестве вариантов X будет осуществлен с точностью δ.