Яремко О.Э. Формулы Кирхгофа для решения волнового уравнения в кусочно – однородном пространстве. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей IX Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2009. – С. 119-120.

ФОРМУЛЫ КИРХГОФА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

О.Э. Яремко

Пензенский государственный педагогический университет
им. В.Г. Белинского,
г. Пенза, Россия

В статье получены формулы Кирхгофа для решения волнового уравнения в кусочно-однородном пространстве методом операторов преобразования.

Yaremko O.E. Kirchhgoff's formulae for solving the wave equations in sectionally- homogeneous space.

In the article Kirchhgoff's formulae for solving the wave equations in sectionally-homogeneous space are obtained with the help of methodology of transformation operators.

Рассмотрим в кусочно-однородном пространстве

$$R_1^3 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty), (x_2, x_3) \in R^2\}$$

волновое уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u_j - a^2 \Delta u_j = 0,\ j = 1,2;\ t > 0, x \in R_1^3$$

с начальными условиями

$$u_j\Big|_{t=0} = g_j(x), \frac{\partial u_j}{\partial t}\Big|_{t=0} = f_j(x); x \in R_1^3,$$

где функции $g_j(x), f_j(x)$ определены всюду в R_1^3, и с условиями сопряжения на поверхности $x_1 = 0$ вида

$$\begin{cases} u_1 = u_2, \\ \gamma \dfrac{\partial u_1}{\partial x} = \dfrac{\partial u_1}{\partial x}, x_1 = 0. \end{cases}$$

Решение рассматриваемой задачи осуществляется сведением к соответствующей однородной задаче [1]. Математическим аппаратом при этом является операторный метод, разработанный в [2]. Приведем итоговые формулы, следующие из классической формулы Кирхгофа, для решения волнового уравнения

$$u_1(t,x) = \frac{1}{4\pi a^2 t}\left\{ \int_{S_{at}^-} f_1(\xi)d\xi + \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\int_{\Sigma_{at}^-} f_1(\xi)d\xi + \frac{2\gamma}{1+\gamma}\int_{S_{at}^+} f_2(\xi)d\xi \right\} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{4\pi a^2 t}\left\{ \int_{S_{at}^-} g_1(\xi)d\xi + \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\int_{\Sigma_{at}^-} g_1(\xi)d\xi + \frac{2\gamma}{1+\gamma}\int_{S_{at}^+} g_2(\xi)d\xi \right\},$$

$$u_2(t,x)=\frac{1}{4\pi a^2 t}\left\{\frac{2}{1+\gamma}\int\limits_{S_{at}^-} f_1(\xi)d\xi-\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\int\limits_{\Sigma_{at}^-} f_1(\xi)d\xi+\int\limits_{S_{at}^+} f_2(\xi)d\xi\right\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{4\pi a^2 t}\left\{\frac{2}{1+\gamma}\int\limits_{S_{at}^-} g_1(\xi)d\xi-\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\int\limits_{\Sigma_{at}^-} g_1(\xi)d\xi+\int\limits_{S_{at}^+} g_2(\xi)d\xi\right\},$$

где

$$S_{at}^- =\left\{\xi:\left|x-\xi\right|=at,\xi_1\le 0\right\},$$

$$\Sigma_{at}^- =\left\{\xi:\sqrt{\left(x_1+\xi_1\right)^2+\left(x_2-\xi_2\right)^2+\left(x_3-\xi_3\right)^2}=at,\xi_1\le 0\right\},$$

$$S_{at}^+ =\left\{\xi:\left|x-\xi\right|=at,\xi_1\ge 0\right\}.$$

Библиографический список

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М. : Высшая школа, 1970. – 710 с.

2. Баврин И.И., Матросов В.Л., Яремко О.Э. Интегральные преобразования и представления функций в действительной и комплексной областях. – М. : Прометей, 2000. – 416 с.