

Горбаченко В.И., Жуков М.В. Нейросетевой метод моделирования в электроимпедансной томографии. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XIV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2014. – С. 62-67.

УДК 004.032.26

## НЕЙРОСЕТЕВОЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ<sup>1</sup>

В.И. Горбаченко, М.В. Жуков

### USING NEURAL NETWORK METHOD IN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

V. I. Gorbachenko, M. V. Zhukov

**Аннотация.** В статье приведена математическая модель задачи электроимпедансной томографии. Показано, как задача может быть решена с помощью нейросетевого подхода. Отмечается перспективность предложенного метода решения.

**Ключевые слова:** электроимпедансная томография, сеть радиальных базисных функций.

**Abstract.** The mathematical model of the electrical impedance tomography task is described in the article. It's shown how the task can be solved by using neural network approach. The perspective of the approach is marked.

**Keywords:** electrical impedance tomography, radial basis function network.

Электроимпедансная томография (ЭИТ), наряду с электроемкостной, электрополевой и магнитоиндукционной, относится к классу вычислительной томографии, базирующейся на явлении электромагнетизма [1]. ЭИТ позволяет визуализировать пространственное распределение электрического импеданса внутри объекта, в частности, внутри тела человека, по результатам измерений на границе объекта (неинвазивные измерения). Обычно, для реконструкции изображения распределения импеданса используются значения напряжения, измеренные на границе объекта, при пропускании через него электрического тока [1].

Метод ЭИТ основан на том, что под воздействием внешнего электрического поля материалы проявляют различные электрические свойства, такие как активная ( $\sigma$ ) и реактивная ( $\tau$ ) проводимости. Следовательно, зная их значения для различных материалов и определив их значения в различных точках исследуемого объекта можно восстановить его внутреннюю структуру.

Рассмотрим замкнутое множество  $\Omega \subset \mathbb{R}^d, d \geq 2$  с границей  $\partial\Omega$ , частоту  $\omega$  и комплексную функцию  $\gamma(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{x}) + i\omega\tau(\mathbf{x})$ , где  $\mathbf{x} \in \Omega$ ,  $i$  – мнимая единица,  $\sigma(\mathbf{x})$  – значение активной проводимости в точке  $\mathbf{x}$ ,  $\tau(\mathbf{x})$  – реактивная проводимость в  $\mathbf{x}$ ,  $\gamma(\mathbf{x})$  – адмиттанс в  $\mathbf{x}$ . Тогда задача ЭИТ заключается в построении отображения  $E: (\mathbf{I}, \mathbf{V}) \rightarrow \gamma$ , где  $\mathbf{I}, \mathbf{V}$  – измерения силы тока и напряжения соответственно на границе  $\partial\Omega$ .

---

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00660 "Методы построения нейросетевых и гибридных математических моделей процессов и явлений в сложных технических системах".

Пусть система ЭИТ имеет  $E$  электродов  $\xi_i$ , где  $i=1..E$ , приложенных к границе объекта. Для определенности положим, что используется смежный шаблон измерений [1] и электрический ток  $i(t) = I \cos \omega t$  проходит через электроды  $\xi_j$  и  $\xi_{j+1}$ . Прохождение электрического тока через объект  $\Omega$  описывается системой уравнения Максвелла [1], которая может быть преобразована к эллиптическому дифференциальному уравнению в частных производных со специальным образом заданными граничным условиям [1]:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (\gamma(\mathbf{x}) \nabla u(\mathbf{x})) &= 0 \text{ в } \Omega, \\ \int_{\xi_j} (\gamma(\mathbf{x}) \nabla u(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{n} \, ds &= - \int_{\xi_{j+1}} (\gamma(\mathbf{x}) \nabla u(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{n} \, ds = I_{j,j+1}, \\ (\gamma(\mathbf{x}) \nabla u(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{n} &= 0 \text{ на } \partial\Omega \setminus \left( \bigcup_{k=1}^E \xi_k \right), \\ \int_{\xi_k} (\gamma(\mathbf{x}) \nabla u(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{n} \, ds &= 0 \text{ для } k \in \{1, 2, \dots, E\} \setminus \{j, j+1\}, \\ u|_{\xi_k} &= U_k, \quad k=1, \dots, E, \quad \mathbf{x} \in \xi_k, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к границе  $\partial\Omega$ ,  $\cdot$  – скалярное произведение векторов,  $I_{j,j+1}$  – комплексная амплитуда электрического тока пропущенного через электроды  $\xi_j, \xi_{j+1}$ ,  $u(\mathbf{x})$  – комплексное значение потенциала в точке  $\mathbf{x}$ ,  $\int_{\xi} ds$  – криволинейный интеграл вдоль электрода  $\xi$ ,  $U_k$  – значение потенциала в любой точке  $\mathbf{x}$  электрода  $\xi_k$ .

Задача ЭИТ является коэффициентной обратной задачей, решить которую можно создав нейросетевую модель распределения потенциала [2]. Модель построим с помощью сети радиальных базисных функций (РБФ-сеть), параметры которой подбираются таким образом, чтобы выход сети удовлетворял дифференциальному уравнению и граничным условиям, а также был согласован с результатами наблюдений. Этого можно достичь, минимизировав функционал ошибки, представляющий собой сумму квадратов невязок между левыми и правыми частями рассматриваемой системы уравнений [3]. Заметим, что левые части дифференциального уравнения и граничных условий выражены через неизвестное распределение адмиттанса  $\gamma$ . Аппроксимируем его с помощью второй РБФ-сети [2]. Её параметры также подбираются в процессе минимизации функционала ошибки нейросетевой модели.

Перейдем непосредственно к задаче восстановления импеданса упрощенной модели грудной клетки диаметром 30 см, приведенной на рис. 1, а (используются относительные размеры) [1]. Грудная клетка ограничена окружностью радиусом 1, ее адмиттанс равен  $\gamma_M = 3,3 S/m$ , два легких с проводимостью  $\gamma_L = 0,83 S/m$  ограничены двумя эллипсами, сердце (в верхней части рисунка) и позвоночник представлены двумя кругами, их адмиттанс равен  $\gamma_H = 6,7 S/m$  и  $\gamma_S = 0,5 S/m$  соответственно. Решать задачу будем в следующей последовательности: сначала найдем решение прямой задач, по нему определим дополнительные данные для решения обратной задачи (результаты измерения напряжения), после чего решим обратную задачу.

Для того чтобы понизить размерность задачи обучения РБФ-сети, проведем декомпозицию предметной области [4] разделив модель грудной клетки на восемь равных секторов. Разбиение 3-й четверти, распределение импеданса в которой и будет восстанавливаться (распределение импеданса в других четвертях может быть найдено аналогичным образом), представлено на рис. 1, а (см. секторы 1, 2), на нем же приведены относительные размеры и расположения центров левого лёгкого и позвоночника.

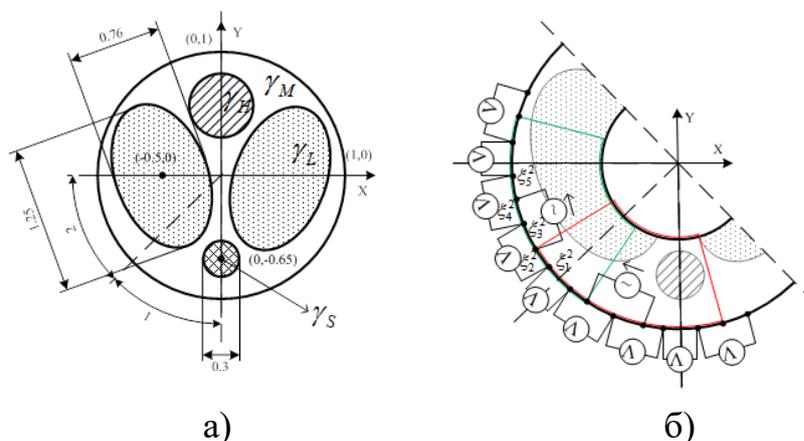


Рис. 1. Модель грудной клетки и схема подключения

Для сбора данных воспользуемся схемой подключения, приведенной на рис. 1, б. Из рисунка видно, что в каждом сегменте используется 5 электродов и один источник тока, подключенный к электродам  $\xi_2^2$  и  $\xi_4^2$ , где верхний индекс обозначает номер сектора, нижний – номер электрода. Количество электродов, их расположение, размеры секторов и сила тока, равная 0,3 мА, подбирались таким образом, чтобы, например, для 2-го сектора значение потенциала за пределами области 2', выделенной зелёной линией, равнялось нулю. Аналогичная область 1' для 1-го сектора выделена красной линией. Заметим, что, во-первых, в каждой области для измерения напряжения используются 6 вольтметров (поскольку, вольтметры  $V_{\xi_3^1, \xi_5^1}, V_{\xi_5^1, \xi_1^2}, V_{\xi_1^2, \xi_3^2}$  используются как в области 1', так и в 2' измерения нужно проводить поочередно, например, сначала для чётных секторов, потом – для нечётных), во-вторых, области 1' и 2' перекрывают друг друга (это необходимо для повышения точности решения обратной задачи в области соприкосновения секторов 1 и 2), и, наконец, решение не ищется в центральной области грудной клетке из-за выбранного значения силы тока. Решение прямой задачи искалось отдельно для каждой из областей 1' и 2', таким образом были обучены две РБФ-сети аппроксимирующие распределение потенциала в каждой из этих областей.

Для решения обратной задачи использовались четыре РБФ-сети  $u_{RBF}^1, \gamma_{RBF}^1, u_{RBF}^2, \gamma_{RBF}^2$  (сети  $\gamma_{RBF}^1, \gamma_{RBF}^2$  – нормализованные). Первые две сети аппроксимировали распределение потенциала и адмиттанс в области 1', две вторые – в области 2'. В качестве априорной информации при решении задачи использовалась информация о приблизительных границах левого легкого и позвоночника (обозначены пунктирными линиями на рис. 2, а) и их значения импеданса. Для этого с помощью сетей  $\gamma_{RBF}^1$  и  $\gamma_{RBF}^2$  было аппроксимировано

решение приближенной задачи с относительной погрешностью 25 % и выполнено по 5 итераций обучения сетей  $u_{RBF}^1$ ,  $u_{RBF}^2$  для аппроксимаций  $\gamma_{RBF}^1$  и  $\gamma_{RBF}^2$  соответственно.

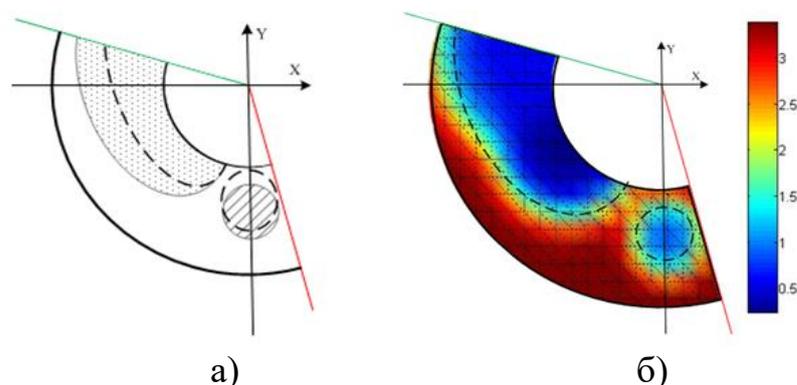


Рис. 2. Априорная информация о распределении адмиттанса и восстановленное распределение адмиттанса части грудной клетки

Искомое распределение адмиттанса, полученное с помощью сетей  $\gamma_{RBF}^1$  и  $\gamma_{RBF}^2$ , представлено на рис. 2, б, здесь же представлены точные границы легкого и позвоночника. Для согласования решений  $\gamma_{RBF}^1$ ,  $\gamma_{RBF}^2$  в области пересечения областей 1' и 2' использовалась мультипликативная схема Шварца [4]. Относительная погрешность решения в 3-ей четверти грудной клетки составила 14,2 % (в областях, выходящих за границы 3-й четверти, погрешность не оценивалась, т.к. решение необходимо предварительно согласовать с решениями в секторах 3 и 8).

На основании полученных результатов: низкая относительная погрешность решения 14,2 % при относительно небольшом количестве измерений, возможность учёта априорной информации о решении можно сделать вывод о перспективности использования нейросетевого моделирования для восстановления импеданса грудной клетки.

#### Библиографический список

1. Holder D.S. Electrical impedance tomography: methods, history and applications. – CRC Press, 2010. – 456 с.
2. Жуков М.В. Решение коэффициентных обратных задач математической физики с помощью сетей радиальных базисных функций // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2014. – №2. – С. 32–39.
3. Горбаченко В.И., Жуков М.В. Обучение сетей радиальных базисных функций методом доверительных областей для решения уравнения Пуассона // Информационные технологии. – 2013. – №9. – С. 65–70.
4. Горбаченко В.И., Жуков М. В. Подходы и методы обучения сетей радиальных базисных функций для решения задач математической физики // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2013. – №9. – С. 12–19.

**Горбаченко Владимир Иванович**  
Пензенский государственный  
университет, г. Пенза, Россия  
E-mail: [gorvi@mail.ru](mailto:gorvi@mail.ru)

**Gorbachenko Vladimir Ivanovich**  
Penza State University, Penza, Russia

**Жуков Максим Валерьевич**  
Пензенский государственный  
университет, г. Пенза, Россия  
E-mail: [maxim.zh@gmail.com](mailto:maxim.zh@gmail.com)

**Zhukov Maxim Valerevich**  
Penza State University, Penza, Russia