Гришко А.К. Критерии структурно-параметрической устойчивости неравновесных мультифакторных систем. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2015. – С. 21-26.

УДК 519.71

# КРИТЕРИИ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕРАВНОВЕСНЫХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ СИСТЕМ

А.К. Гришко

# CRITERIA FOR STRUCTURAL-PARAMETRIC STABILITY MULTIFRACTALITY NONEQUILIBRIUM SYSTEMS

A.K. Grishko

**Аннотация.** Предлагается методика формирования критерия самоорганизации неравновесных нелинейных систем на основе мультифрактального подхода.

**Ключевые слова:** критерий устойчивости, система, мультифрактальный подход.

**Abstract.** The paper proposes a method of forming self-organization criterion of nonequilibrium nonlinear systems based on multifractal approach.

**Keywords:** stability criterion, system, multifractal approach.

Проблема структурной и механической устойчивости элементов и систем различного назначения, практически изолированных от воздействий окружающей среды, может быть решена на основе законов равновесной термодинамики. Однако при исследовании систем, обменивающихся энергией, веществом и информацией с окружающей средой, т.е. подвергающихся воздействию, их необходимо рассматривать как неравновесные нелинейные системы [1, 2]. Эволюция нелинейных систем, как правило, сопровождается изменением числа степеней свободы, т.е. размерностью системы [3]. В большинстве случаев размерность системы уменьшается, что приводит к самопроизвольному уменьшению ее сложности. С другой стороны, в результате воздействий окружающей среды, связанных с поглощением энергии, система может повышать свою сложность. Самоорганизация в том и другом случае происходит в строгом соответствии с условиями окружающей среды. Исследование процессов самоорганизации, приводящих к появлению новых форм и свойств элементов и систем, основано на принципах фрактальной синергетики.

Принципы управления свойствами материалов, фрактального материаловедения основаны на изучении и воспроизведении определенных условий формирования пространственно упорядоченных самоподобных структур [4–6]. Самоорганизация мультифрактальных структур происходит в результате перехода от одного вида фрактальной симметрии к другому. При этом нужно определять количественные показатели адаптируемости структуры материала к внешнему воздействию от «адаптации» до «деградации» [7–9].

Важным свойством открытых нелинейных систем является их способность к управляемому переходу от упорядоченного состояния к хаосу, т.е. гибели структуры, обусловленной снижением ее размерности. Таким же важным свойством открытых нелинейных систем является выход из хаоса и самоорганизация новых устойчивых структур высокой размерности.

Теория фрактальных структур базируется на рассмотрении связи между целым и его частями [4, 5, 10], определяющей его размерность самоподобия множеств. В качестве масштабного множителя, как основного образующего элемента, золотого фрактала, построенного на основе золотых пропорций, используется величина:

$$\Delta_M = q_M - 1,$$

где $q_M$ – отношение золотой пропорции порядка $M$. Отношение $q_M$ определяется следующей формулой:

$$q_M^{M+1} - q_M^M = 1.$$

Величина $\Delta_M$ при различных значениях $M$ определяет универсальную последовательность масштабных множителей, объединяющую многочисленные геометрические и естественные фракталы.

Экспериментальные и теоретические исследования [11–14] позволили выявить закономерность изменения параметров широкого класса нелинейных систем в точках неустойчивости при переходе к новой структуре. Эта закономерность может быть представлена следующим выражением:

$$\lambda_n / \lambda_{n+1} = \Delta_M^{1/m}, \tag{1}$$

где $\lambda_n$ и $\lambda_{n+1}$ – предыдущее и последующее значение параметра системы в процессе фазового перехода от неравновесного состояния к равновесному состоянию; $\Delta_M$ – мера устойчивости структуры; $m$ – параметр, характеризующий особенности эволюции или обратную связь в процессе эволюции или число перестроек, $m$ =1, 2, 4, 8, 16, …

Примечательно, что выражение определяет эволюцию наносистем с характерными для них размерами. В то же время данное представление применимо и для систем на мезоуровне.

Примером процесса, критерий устойчивости которого определяется золотыми пропорциями, служит самоуправляемый синтез нанотвердых растворов с нерастворимыми компонентами. Спектр размеров устойчивых наночастиц определен на основе выражения, где значения критерия устойчивости изменяются в соответствии с параметрами, которые характеризуют технологические условия.

Выражение получает дополнительную интерпретацию на основе модели воздействия окружающей среды. Воздействие окружающей среды представляет оператор, воспроизводящий эволюцию размерностей объекта [15]. Так, если объект характеризуется детерминируемым значением размерности $L$ причинным распределением вероятности $P(L) = \delta(L, N)$, где символ Кронекера $\delta(L, N) = 1$, если $L = N$, и $\delta(L, N) = 0$, если $L \neq N$, приведет к распределению размерностей:

$$P_L(N; \alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha(1-\alpha)^N, N < L; \\ \beta^{(N-L)}(1-\beta)(1-\alpha)^L, N \geq L. \end{cases} \tag{2}$$

При выполнении условия $\alpha_M = \beta_M, \alpha_M = 1 - 1/q_M, \beta_M = 1 - 1/q_M$, где $q_M$ – отношение золотой пропорции, выражение (2) может быть представлено в следующем виде:

$$P_L^M(N;\alpha_M,\beta_M) = q_M^{-(1+N+KM)}, \tag{3}$$

где $K = 1$, если $N < L$; $K = N - L$, если $N \geq L$; $M, L, N = 0,1,2, \dots$ . Порядок золотой пропорции $M$ в выражении для распределения вероятностей указан в виде индекса. Этот параметр обобщенно характеризует условия окружающей среды. При $L = N$, $P_N^M(N)q_M^{(1+N)}$, следовательно, из формулы (3) получается соотношение

$$P_N^M(N) = P_N^M(N)q_M^{-KM}.$$

С учетом того, что при $\alpha_M = \beta_M, \Delta_M = \alpha_M/(1-\alpha_M) \dots \Delta_M = = \beta_M/(1-\beta_M)$, получаем: $q_M^{-M} = (1-\alpha_M)^M = (1-\beta_M)^M = \Delta_M$ и приходим к формуле

$$P_L^M/P_N^M(N) = \Delta_M^K. \tag{4}$$

Если допустить, что $\lambda_n = P_L^M(N)$ и $\lambda_{n+1} = P_N^M(N)$, то параметры системы λ приобретают смысл вероятностей и могут представлять относительные величины (массы, размеры и т.д.). Сравнивая выражения (1) и (4), приходим к следующим соотношениям, связывающим значения параметров системы в процессе эволюции (неравновесном фазовом переходе), а также значения вероятностей в распределении размерностей структуры, подвергаемой воздействию:

$$(\lambda_n/\lambda_{n+1})^{K_m} = P_L^M(N)/P_N^M(N),$$

где $K_m = 1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$, $K_m = m(N-L) = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, если $N < L$, если $N \geq L$.

Заметим, что во всех рассматриваемых случаях осуществляется переход от неравновесного состояния системы, характеризуемого вероятностью $P_L^M(N)$, к равновесному состоянию, характеризуемому вероятностью $P_N^M(N)$.

Величина $\Delta_M$ и ее положительные степени изменяются в интервале от 0 до 1. Следовательно, в выражении (1) должно выполняться соотношение $\lambda_n/\lambda_{n+1}$ , а в (4) соответственно $P_L^M(N) \leq P_N^M(N)$. Последнее соотношение с учетом (2) выполняется всегда.

Рассмотрим частные случаи выражений (1) и (4).

Пусть $m = 1$ (соответствует линейной обратной связи) и $K = 1$ (соответствует $N < L$). В этом случае выражения (1) и (4) совпадают с точностью до обозначений. При этом рассматривается переход от неравновесного состояния большей размерности к равновесному состоянию меньшей размерности.

Пусть $m = 1$ и $K \geq 1$ (соответствует $N \geq L$). В данном случае справедливо соотношение

$$(\lambda_n/\lambda_{n+1})^K = P_L^M(N)/P_N^M(N).$$

При этом рассматривается переход от неравновесного состояния меньшей размерности к равновесному состоянию большей размерности.

Если $m > 1$ (соответствует нелинейной обратной связи), то выполняется соотношение

$$(\lambda_n/\lambda_{n+1})^m = P_L^M(N)/P_N^M(N).$$

Большая размерность начального неравновесного состояния системы (по сравнению с размерностью конечного равновесного состояния) соответствует $K = 1$, а меньшая – $K \geq 1 (K = N - L)$.

Таким образом, показан универсальный характер масштабного множителя золотого фрактала $\Delta_M$, используемого в качестве критерия устойчивости самоорганизации систем и структур при воздействии окружающей среды, в том числе технологические воздействия и преднамеренные помехи.

Библиографический список

1. Гришко А.К. Юрков Н.К., Кочегаров И.И. Методология управления качеством сложных систем // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2014. – Т. 2. – С. 377–379.

2. Гришко А.К. Системный анализ параметров и показателей качества многоуровневых конструкций радиоэлектронных средств / А.К. Гришко, Н.К. Юрков, Д.В. Артамонов, В.А. Канайкин // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2014. – № 2 (26). – С. 77–84.

3. Гришко А.К., Зюзина А.А. Динамическое управление графическими моделями системы с многими степенями свободы // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2015. – Т. 1. – С. 112–115.

4. Гришко А.К., Юрков Н.К., Жашкова Т.В. Динамическая оптимизация управления структурными элементами сложных систем // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – Пенза, 2015. – № 4 (26). – С. 134–141.

5. Гришко А.К. Динамический анализ и синтез оптимальной системы управления радиоэлектронными средствами // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – Пенза, 2015. № 4 (26). – С. 141–147.

6. Зудов А.Б. Гришко А.К. Интерфейсы на естественном языке как связь нейронных сетей с экспертными системами // В мире научных открытий. – Красноярск, 2010. – №5–1. – С. 119–122.

7. Гришко А.К. Адаптивная фильтрация в задачах синтеза оптимальных систем принятия решений и управления // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2009. – Т. 1. – С. 221–222.

8. Гришко А.К., Горячев Н.В., Юрков Н.К. Анализ математических моделей расчета электроакустических полей и дальности действия радиолокационных систем методом последовательного анализа // Инженерный вестник Дона. – 2015. – № 2. – URL: http//ivdon.ru/ru/magazine/archi-ve/n2y2015/2885

9. Гришко А.К. Анализ и оптимизация траектории поведения системы на основе прогнозирующего управления // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2008. – Т. 1. – С. 291–292.

10. Гришко А.К. Алгоритм управления в сложных технических системах с учетом ограничений // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2014. – Т. 2. – С. 379–381.

11. Гришко А.К., Баннов В.Я. Метод последовательного анализа моделей радиолокационных систем в процессе эксперимента // Труды международного симпозиума Надежность и качество. – Пенза. 2013. – Т. 1. – С. 178–179

12. Гришко А.К. Метод оценки качества информации по принятию управляющих решений в интегрированных системах освещения обстановки // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – Пенза, 2011. – Т. 2. – С. 331–333.

13. Гришко А.К., Кочегаров И.И., Танатов М.К. Синтез оптимальной структуры сети распределенной системы разнотипных радиоэлектронных средств // Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий: материалы XII Международной научно-практической конференции. – М.: НИИ ВШЭ, 2015. – С. 299–301.

14. Grigor'ev A.V., Goryachev N.V., Yurkov N.K. "Way of measurement of parameters of vibrations of mirror antennas," in Control and Communications (SIBCON), 2015 International Siberian Conference on, 2015. – P. 1–5.

15. Grishko A.K., Yurkov N.K. Adaptive control of functional elements of complex radio electronic systems. 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Proceedings. – Omsk: Omsk State Technical University. Russia, Omsk, May 21–23, 2015. IEEE CatalogNumber: CFP15794-CDR.

**Гришко Алексей Константинович**
Пензенский государственный
университет, г. Пенза, Россия
E-mail: alexey-grishko@rambler.ru

**GrishkoA.K.**
Penza State University,
Penza, Russia