

УДК 314.7.044

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА МОДЕЛИРОВАНИЯ МИГРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

Д.А. Тархов, И.К. Шаньшин, Д.О. Шаханов

THE REVERSED PROBLEM OF MIGRATION STREAMS MODELING

D.A. Tarkhov, I.K. Shan'shin, D.O. Shahanov

Аннотация. Рассмотрены методы решения обратной задачи моделирования миграционных потоков. Обосновано использование нейронных сетей для построения указанных моделей.

Ключевые слова: социодинамика, миграция, динамические системы, нейронные сети.

Abstract. This article discusses methods of solution the reversed problems of migration streams modeling. The article proves the use of neural networks for construction of shown models.

Keywords: sociodynamics, migration, dynamic systems, neural networks.

В [1] рассмотрены модели миграционных потоков в виде динамической системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = sh(kx + k_1y) - x ch(kx + k_1y) \\ \frac{dy}{dt} = sh(k_2x + ky) - y ch(k_2x + ky) \end{cases} \quad (1)$$

и линеаризованная система в окрестности нулевого положения равновесия

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (k-1)x + k_1y \\ \frac{dy}{dt} = k_2x + (k-1)y \end{cases} \quad (2)$$

Для построения прогноза миграционной динамики в соответствии с моделями (1)–(2) необходимо определить коэффициенты данных моделей k, k_1, k_2 по имеющимся данным. Для этого можно предложить следующие подходы.

Во-первых, можно решить аналитически систему (2) и определить коэффициенты по наилучшему соответствию решения и данных. Недостатком такого подхода является невозможность распространения на нелинейную систему (1) и необходимость получать аналитическое решение заново при распространении на модели более высокого порядка.

Во-вторых, можно провести дискретизацию системы (2)

$$\begin{cases} \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t} = (k-1)x(t_i) + k_1y(t_i) \\ \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{\Delta t} = k_2x(t_i) + (k-1)y(t_i) \end{cases} \quad (3)$$

и определять её коэффициенты по формулам для двумерной линейной регрессии. При этом проблема распространения на более высокие порядки решается

очевидным образом, но на случай нелинейной системы (1) без преодоления существенных трудностей такой подход не распространить.

В-третьих, можно численно решить систему для достаточно большого набора параметров k , k_1 , k_2 , далее обучить нейронные сети [2, 3] для определения каждого из них по данным, после этого вычисление коэффициентов модели по наблюдениям сведётся просто к подстановке данных в нейронную сеть. При этом применимость метода не зависит от того, какая модель рассматривается – линейная (1) или нелинейная (2).

Результаты вычислений

Для значения коэффициентов $k=1.2$; $k_1=-0.5$; $k_2=0.5$ получились следующие результаты.

Второй метод (линейная регрессия).

При количестве входных точек, равном двум, мы получаем сильное расхождение расчетной модели с теоретической, однако форма графика не искажена. С увеличением количества точек до 10 в окрестности начала координат (для интервала времени от 0 до 1) имеем неплохое приближение, но погрешность все еще велика. Далее, увеличивая количество точек до 100, мы достигаем отличной точности, графики функций теоретической и расчетной модели практически совпадают. Однако, если увеличить период времени, для которого мы составляем модель в 10 раз, то погрешность становится очень большой, это говорит о том, что по 100 точкам не получается хорошо прогнозировать тенденцию миграции на достаточно большой промежуток времени (рассматривался период прогноза в 5 раз больший, чем период времени, для которого строился прогноз) и, чтобы достичь приемлемого приближения, необходимо увеличение количества точек. Увеличим до 1000, оставляя интервал времени прежним. В этом случае точность достаточно высока. Но в прикладных задачах зачастую бывает трудно получить такое большое количество входных данных.

Метод нейросетевого моделирования. Сети обучались для набора из 300 значений параметров из области $k \in [0, 2]$; $k_1 \in [-1, 0]$; $k_2 \in [0, 1]$.

Для начала выберем количество нейронов, равное пяти. Модель полученная с использованием такой сети по трём точкам из интервала $[0, 1]$ (момент времени 0, 0.5 и 1) отражает основную тенденцию, однако существует значительная погрешность и искажена скорость изменения количества человек в регионах. Однако, если использовать уравнения (1), то есть нелинейную модель, точность значительно лучше и искажение скорости несущественно. Это является преимуществом нейронных сетей: нелинейная модель, которая является более точной, аппроксимируется лучше. При увеличении числа нейронов до 15 достигается хорошая точность, особенно в окрестности начала координат. При увеличении размера нейронной сети до 25-ти нейронов, при работе с линейной моделью, результат сопоставим с результатом метода линейной регрессии при ста точках. При работе с нелинейной моделью, мы достигаем при малом периоде времени практически полного совпадения графиков. Кроме того, даже при увеличении периода времени в 10 раз, мы получаем отличное приближение, причем на всех участках.

Исходя из проведенных вычислительных экспериментов, можно сделать вывод, что нейронные сети при количестве нейронов больше или равном 25 хо-

рошо аппроксимируют модель. Для того чтобы достичь той же точности с использованием линейной регрессии, необходимо большое количество входных данных. Кроме того, такой метод не подходит для случая нелинейной модели, которая является более точной, так как линейная при увеличении периода времени дает недостаточно точные данные. Применение нейронных сетей можно рекомендовать для решения обратной задачи моделирования миграционных потоков и для решения других подобных задач социодинамического прогнозирования.

Статья подготовлена по результатам исследования, выполненного при финансовой поддержке гранта Российского Научного Фонда (проект 14-38-00009) «Программно-целевое управление комплексным развитием Арктической зоны РФ» (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого).

Библиографический список

1. Вайдлих В. Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках / пер с англ. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 480 с.
2. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 528 с.
3. Тархов Д.А. Нейросетевые модели и алгоритмы. – М.: Радиотехника, 2014. – 352 с.

Тархов Дмитрий Альбертович
Санкт-Петербургский
государственный политехнический
университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург, Россия
E-mail: dtarkhov@gmail.com

Tarkhov D.A.
Peter the Great Saint-Petersburg
Politechnical University,
Saint-Petersburg, Russia

Шаньшин Иван Константинович
Санкт-Петербургский
государственный политехнический
университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ivan.fizik92@yandex.ru

Shan'shin I.K.
Peter the Great Saint-Petersburg
Politechnical University,
Saint-Petersburg, Russia

Шаханов Дмитрий Олегович
Санкт-Петербургский
государственный политехнический
университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург, Россия
E-mail: trupsaveman@gmail.com

Shahanov D.O.
Peter the Great Saint-Petersburg
Politechnical University,
Saint-Petersburg, Russia