Антипова Т.А., Пичугина П.Г., Кисляев А.С., Мачихин В.А., Морозов С.В., Почепцов А.О., Антипов О.И. Нейронные сети в изучении дискретно-нелинейных систем. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XIX Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2019. – С. 051-056.

УДК 530.1:621.372 +621.396

# НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В ИЗУЧЕНИИ ДИСКРЕТНО-НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Т.А. Антипова, П.Г. Пичугина, А.С. Кисляев, В.А. Мачихин, С.В. Морозов, А.О. Почепцов, О.И. Антипов

# NEURAL NETWORKS IN THE STUDY OF DISCRETE-NONLINEAR SYSTEMS

T.A. Antipova, P.G. Pichugina, A.S. Kislyaev, V.A. Machehin, S.V. Morozov, A.O. Pocheptsov, O.I. Antipov

**Аннотация.** Авторами предложен один из подходов разработки полного алгоритма построения математической модели для предсказания поведения нелинейной системы, находящейся в неравновесном состоянии, и показано, как на основании предварительного фрактального анализа, включающего в себя разработанные методы нахождения временного лага и «фазового сдвига», строится предсказывающая нейронная сеть на базе многослойного персептрона (MLP).

**Ключевые слова:** искусственные нейронные сети, аттракторы, фрактальный анализ, показатель Ляпунова, горизонт прогнозирования.

**Abstract.** The authors suggest one approach to developing a complete algorithm postroeniya matematicheskoi model for predicting behavior of nonlinear systems in nonequilibrium as showily as on the basis of the preliminary fractal analysis, which includes developed methods of finding the time lag and phase shift, built a predictive neural network based on multilayer perceptron (MLP).

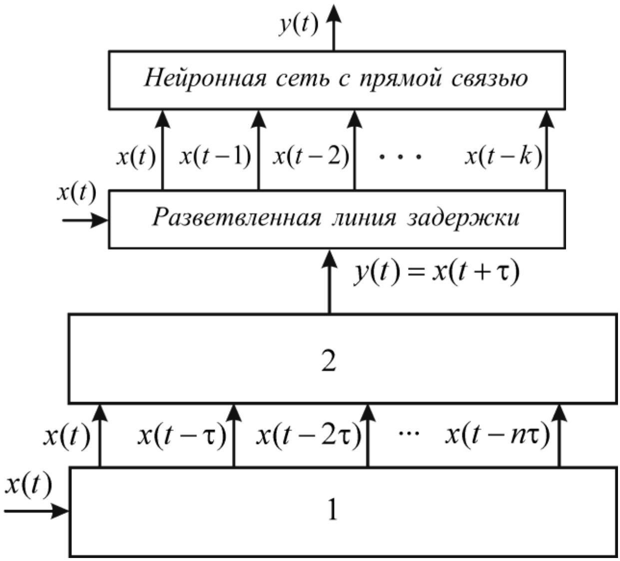
**Keywords:** artificial neural networks, attractors, fractal analysis, Lyapunov exponent, prediction horizon.

Наличие связи между фрактальной размерностью аттрактора исследуемой системы и степенью ее свободы с параметрами прогнозирующей нейронной сети (ПНС) было показано в работе В.А. Головко [2], где использованы стандартные методы и алгоритмы выявления временного лага для анализа систем Лоренца, Эно иРесслера, которые показали свою нежизнеспособность применительно к дискретно-нелинейным системам (ДНС). Тем самым для ДНС сохраняется актуальность установления кон кретных зависимостей оптимальной конфигурации параметров ПНС от фрактальных характеристик сигнала динамической системы и используемых методов ее обучения. О полной объективной оценке достоверности полученной прогнозирующей системы, как математической модели, можно судить по способности данной системы к восстановлению аттрактора в фазовом пространстве.

ПНС превращается в математическую модель прогнозирующей системы в случае ее способности давать длительный прогноз, укладывающийся в рамки существующей нормировки. Она позволяет восстановить аттрактор в псевдофазовом пространстве, исследуя который и проведя дополнительное исследование предсказываемого ряда, возможно получить спектр характеристических показателей Ляпунова (ЛХП) и зависимость горизонта прогнозирования от начальной ошибки. В основу этого положена теорема Такенса, которая позволяет судить о свойствах аттрактора исходной системы на основании аттрактора, восстановленного по методу задержек из одномерного ряда. Основываясь на этой теореме, можно утверждать об эквивалентности спектра ЛХП восстановленного аттрактора и исходного. Построив ПНС для восстановленного аттрактора по методу В.А. Головко, можно оценить спектр ЛХП (структура предсказывающей нейронной сети с временной задержкой приведена на рисунке). Получив спектр ЛХП, основываясь только на одномерном временном ряде, порожденном сложной многомерной неравновесной системой, далее, по цепочке, получаем из спектра ЛХП энтропию Колмогорова и горизонт прогнозирования. Спектр ЛХП строго определяет размерность любого типа регулярных аттракторов и в общем случае позволяет произвести оценку фрактальной (метрической) размерности. Сигнатура спектра ЛХП может быть ключом к выяснению топологической структуры аттракторов и их бифуркаций при изменении параметров.

После получения спектра ЛХП становится возможным вычисление значения горизонта прогнозирования по формуле $T \approx \frac{1}{K}\ln\left(\frac{1}{d_0}\right)$, где $K = \sum_i \lambda_i$ – энтропия Колмогорова, определяемая как сумма всех положительных ляпуновских показателей, $\lambda_i > 0$, а $d_0$ – начальная ошибка прогноза.

Получается, что при данной методике (если известна начальная ошибка прогноза) можно вычислить горизонт достоверного прогнозирования.




*Структура предсказывающей НС с временной задержкой.*
*Здесь блок 1 – реализация временной задержки, так называемая разветвленная линия задержки, а 2 – предсказывающая ИНС*

Авторами под руководством О.И. Антипова [1] был проведен полный разносторонний фрактальный анализ сигнала для стабилизатора ИСН-3, результатом которого явились различные фрактальные характеристики. Алгоритм предварительного фрактального анализа временного ряда можно описать следующим образом:

Шаг 1. По показателю Хёрста определяем тип фрактальной памяти (хаоса) сигнала $x(t)$ системы.

Шаг 2. Определяем временную задержку $\tau$ и «фазовый сдвиг» сигнала анализируемой системы.

Шаг 3. Вместо одномерного сигнала $x(t)$ многомерного вектора в $m$-мерном пространстве получаем $\vec{x}(t) = \left(x(t), x(t-\tau), x(t-2\tau), ..., x(t-(m-1)\tau\right)$ – псевдофазовую реконструкцию сигнала $x(t)$ для различных значений размерностей пространства вложения $m$.

Шаг 4. По полученным значениям временной задержки $\tau$ и «фазового сдвига» производим восстановление хаотического аттрактора системы как компактного подмножества точек, к которому асимптотически притягиваются траектории эволюции всех точек в окрестности фазового пространства.

Шаг 5. Определяем фрактальную размерность полученного аттрактора и минимальную размерность пространства его вложения $m_C$. Что позволяет сделать вывод: количество нейронов скрытого слоя должно быть больше или равно размерности пространства вложения $m_C$, в которое можно полностью вписать аттрактор из имеющегося ряда.

Полный алгоритм построения ПНС показан на примере конкретной дискретно-нелинейной системы – импульсного стабилизатора напряжения инвертирующего типа. Он включает использование нормировки с некоторыми особенностями. Обычно при фрактальном анализе и при обучении НС использовалась стандартная нормировка $x(t)=\dfrac{x(t)-x_{\min}}{x_{\max}-x_{\min}}$, что позволяет вложить значения исследуемой зависимости в единичный отрезок [0;1], также делая ее безразмерной.

Авторами в качестве предпроцессирования (с соответственным последующим постпроцессированием) использовалась другая нормировка: $x(t)=\dfrac{x(t)-x_{\min}}{2(x_{\max}-x_{\min})}+0.25$, суживающая диапазон значений как входной, так и соответственно выходной переменных до интервала [0.25;0.75]. В этом случае, поскольку выходная переменная будет находиться в том же диапазоне, что и входная, будет использоваться только линейный участок функции активации выходного нейрона, что преследовало две цели. Во-первых, это увеличивает длину прогноза. А во-вторых, данная нормировка позволяет видеть, когда сигнал прогноза выйдет за рамки нормировки, что достоверно свидетельствует об ошибочном прогнозе.

Для обучения ПНС применялся градиентный метод Левенберга-Марквардта. Самыми лучшими вариантами НС, с точки зрения ошибки кросс-проверки, для данной задачи являются те, у которых число входных элементов совпадает с числом нейронов скрытого слоя.

По методу, предложенному В.А. Головко, необходимо с помощью метода задержек построить из одномерного ряда $n$ – мерный вектор: $X(t)=\left[x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t)\right]$, где $n$ – размерность исследуемой системы. В данном описании метода считается, что временной лаг уже выбран заранее и вектор $X(t)$ восстановлен по теореме Такенса последовательно через промежутки времени, соответствующие временному лагу $\tau$ . Далее необходимо построить прогнозирующую нейронную сеть на базе многослойного персептрона с одним скрытым слоем. Она будет содержать в общем случае $n$ входных, $m$ скрытых и $n$ выходных нейронных элементов. Выходные элементы нейронной сети будут определяться следующим образом: $X(t+1)=F(X(t))$.

После обучения такой сети можно определить как состояние динамической системы в произвольный момент времени, так и эволюцию точек фазовой траектории, используя только наблюдаемые реализации. В процессе вычислений необходимо проводить процедуру ортогонализации Грамма-

Шмидта. Пусть $|\omega_i(t)|$ – длина $i$ -го вектора в момент времени $t$ . Она характеризует размер вектора вдоль $i$ -й оси эллипсоида. Тогда $i$-й показатель Ляпунова можно определить следующим образом:

$$\lambda_i = \lim_{p\to\infty}\sum_{t=1}^{p}\ln\frac{|\omega_i(t)|}{|\omega_i(t-1)|}.$$

Далее, определяя соответствующие длины векторов $|\omega_i(t)|$ при помощи НС, можно вычислить спектр Ляпунова.

На основании всей вышеизложенной методики была построена математическая модель, позволяющая получить спектр (ЛХП) только лишь из одного временного ряда. Для этого же ряда должно быть проведено обучение соответствующей НС. НС строилась на результатах предварительного фрактального анализа. Но теперь у НС количество выходов равно количеству входов. Наиболее обоснованно для обучения НС применять метод обратного распространения ошибки, позволяющий работать со множеством выходов.

Для проверки правильности программы, проектирования и конструирования нейронной сети, для вычисления спектра ЛХП было проведено обучение ПНС на одномерном ряде аттрактора Эно. Основные параметры системы в данном случае были следующими: $a$ = 1.4 и $b$ = 0.3. Эталонными показателями Ляпунова для этого аттрактора являются значения 0.418 и -1.622. В работе В.А. Головко [2] были получены значения 0.442 и -1.625. Для аттрактора Эно с помощью разработанной О.И. Антиповым [1] программы авторами были получены значения 0.406 и -1.653.

В связи с тем, что в исследовании использовалась НС с количеством нейронов входного и выходного слоев $n$ = 10 и скрытого слоя $m$ = 10, результаты ее работы получились хуже, нежели у НС в работе В.А. Головко [2], применительно к аттрактору Эно. Это связано с тем, что используемая ПНС была предназначена для работы с дискретно-нелинейными системами. Однако данный результат подтверждает правильность подхода авторов к разработке и работе программы.

Библиографический список

1. Антипов О.И., Неганов В.А. Анализ и прогнозирование временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети. М.: Радиотехника, 2011. 350 с.

2. Головко В.А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов // Материалы VII Всерос. научно-техн. конф. «Нейроинформатика-2005». Лекции по нейроинформатике. М.: МИФИ, 2005.С. 3-15.

**Антипова Татьяна Александровна**
Самарский государственный
медицинский университет,
г. Самара, Россия

**Пичугина Полина Григорьевна**
Пензенский государственный
университет, г. Пенза, Россия

**Кисляев Александр Сергеевич**
ЧОУ ВПО «Медицинский
университет «РЕАВИЗ»,
г. Самара, Россия

**Мачихин Вячеслав Андреевич**
Поволжский государственный
университет телекоммуникаций
и информатики, г. Самара, Россия

**Морозов Сергей Владимирович**
Поволжский государственный
университет телекоммуникаций
и информатики, г. Самара, Россия

**Почепцов Андрей Олегович**
Поволжский государственный
университет телекоммуникаций
и информатики, г. Самара, Россия

**Антипов О.И.**
Поволжский государственный
университет телекоммуникаций
и информатики, г. Самара, Россия

**Antipova T.A.**
Samara State Medical University,
Samara, Russia

**Pichugina P.G.**
Penza State University,
Penza, Russia

**Kislyaev A.S.**
CHOU VPO "University
"REAVIZ", Samara, Russia

**Machehin V.A.**
Volga Region State University
of Telecommunications
and Informatics, Samara, Russia

**Morozov S.V.**
Volga Region State University
of Telecommunications
and Informatics, Samara, Russia

**Pocheptsov A.O.**
Volga Region State University
of Telecommunications
and Informatics, Samara, Russia

**Antipov O.I.**
Volga Region State University
of Telecommunications
and Informatics, Samara, Russia