МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ВСЕРОССИЙСКАЯ ГРУППА ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ IEEE
АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ООО «ОТКРЫТЫЕ РЕШЕНИЯ»
ОБЩЕСТВО «ЗНАНИЕ» РОССИИ
ПРИВОЛЖСКИЙ ДОМ ЗНАНИЙ

XXII Международная
научно-техническая конференция

ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ, УПРАВЛЕНИИ, ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ

Сборник статей

Декабрь 2022 г.

Пенза

УДК 004
ББК 32.81я43+74.263.2+65.050.2я43
П781

П781 **ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ, УПРАВЛЕНИИ, ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ :**
сборник статей XXII Международной научно-технической конференции. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2022. – 356 с.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

Под редакцией ***В.И. Горбаченко,*** доктора технических наук, профессора;
В.В. Дрождина, кандидата технических наук, профессора

Информация об опубликованных статьях предоставлена в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) по договору № 573-03/2014К от 18.03.2014.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

XXII International
scientific and technical conference

PROBLEMS OF INFORMATICS IN EDUCATION, MANAGEMENT, ECONOMICS AND TECHNICS

December, 2022

Penza

радиолокационных станций дальнего обнаружения / С.Ф. Боев, А.С. Логовский, А.М. Казанцев, А.В. Ивойлова, А.В. Тимошенко, П.Н. Тришкин / Радиопромышленность. – 2020. – Т.30, №3. – С. 8-20. – DOI: 10.21778/2413-9599-2020-30-3-8-20.

2. Бутаев М.М. Характеристики распределений сумм нескольких равномерно распределённых случайных значений времён обработки запроса инфокоммуникационной системой // Вопросы радиоэлектроники. – 2019. – № 12. – С. 59-63. – DOI: 10.21778/2218-5453-2019-12-59-63.

3. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. – Воронеж: Научная книга, 2010. – 284 с.

4. Вадзинский Р. Н. Справочник по вероятностным. - СПб.: Наука, 2001. - 295 с.

5. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятности и её инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.

6. Martin J.J. Distribution of the Time Through a Directed, Acyclic Network // Operations Research, 1965. – Vol. 13. - No. 1. - P. 46-66.

Бутаев
Михаил Матвеевич
Тарасов
Андрей Анатольевич
АО «НПП «Рубин»,
г. Пенза, Россия

Butaev M. M.
Tarasov A. A.
JSC «SIE «Rubin»,
Penza, Russia

УДК 519.21

МИНИМИЗАЦИЯ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Н. И. Дубровин

THE DISTRIBUTION FUNCTIONS OF RANDOM VARIABLES

N.I. Dubrovin

Аннотация. В данной работе предлагается один из возможных способов уменьшения трафика передачи данных в коммуникационной сети за счет замены случайной величины, описывающей нагрузку, на дискретную случайную величину с малым количеством возможных значений.

Ключевые слова: маршрутизация, коммуникационная сеть, функция распределения.

Abstract. In this paper we propose one possible way of reducing data traffic in the communication network by replacing the random variable describing the load on a discrete random variable c with a small number of possible values.

Key words: routing, communication network, distribution function.

Введение. Рассматривается коммуникационная сеть передачи пакетов информации, состоящая из множества узлов V и набора связей E между ними (см. [1]). Обозначим $d(e)$ нагрузку связи e. В [1] поставлена задача поиска экстремума $\Phi_{\mathrm{p}} \to min(1 \le p \le +\infty)$. Заметим, что число значений n огрубленной дискретной случайной величины задано априори и варьированию не подлежит. Переменную p_n легко исключить, полагая $p_n = \sum_{j=1}^{n-1} p_j$. Тем самым, рассматривая функцию Φ_p только от переменных $x_1, \dots, x_n; p_1, \dots, p_{n-1}$ и считая все $p_j \ge 0$ и $\sum_{j=1}^{n-1} p_j \le 1$, мы избавляемся от ограничений типа равенства. Далее, границу области переменных p_j, т.е. случаи $p_j = 0$ или/и $\sum_{j=1}^{n-1} p_j = 1$ можно также исключить из конкурирующих значений, так как равенство $p_j = 0$ для какого-либо $1 \le j \le n$ означает переход от случая натурального n к случаю меньшего $n-1$, который предшествует. Из имеющихся в настоящий момент способов реактивной маршрутизации упомянем одноуровневые протоколы [2-4].

Алгоритм огрубления. В виду непрерывности и ограниченности снизу функции Φ_p, минимум целевой функции достигается при каких-то значениях переменных. Следовательно, если воспользовавшись необходимым условием экстремума, мы получим систему (из $2n-1$ уравнений) имеющую единственное решение, то это решение и будет доставлять искомый минимум.

Случай $\boldsymbol{p = +\infty}$. Решение, т.е. алгоритм выбора точек x_j и вероятностей p_j в этом случае прост, каково бы ни было заданное число значений n. Действительно, так как $\sum_{i=1}^{n}[F(a_i) - F(x_i)] + [F(x_i) - F(a_{i-1})] = 1$, то величина Φ_∞, равная максимуму слагаемых в этих суммах, не может быть меньше, чем $1/2n$. С другой стороны, значения $\Phi_\infty = 1/2n$ можно добиться, разбивая отрезок [0;1] на $2n$ равных частей точками

$$F(x_1) = \frac{1}{2n}, \qquad F(a_1) = \frac{2}{2M}, \qquad F(x_2) = \frac{3}{2M}, \dots$$

Отсюда получаем ответ:

$$x_i = F^{-1}\left(\frac{2i-1}{2n}\right);\ \ p_i = \frac{1}{n};\ \ i = 1,2,\dots,n$$

Далее полагаем $p < +\infty$.

Применение необходимого условия экстремума. Прежде всего, запишем функцию Φ_p в переменных $(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_{n-1})$:

$$\Phi_p = \int_{-\infty}^{x_1} |F(x)|^p dx + \int_{x_1}^{x_2} |F(x) - t_1|^p dx + \int_{x_2}^{x_3} |F(x) - t_2|^p dx + \cdots$$

$$+ \int_{x_{n-1}}^{x_n} |F(x) - t_{n-1}|^p dx + \int_{x_n}^{+\infty} |F(x) - 1|^p dx \qquad (1)$$

Частная производная $\frac{\partial \Phi_p}{\partial x_j}$ вычисляется как производная интеграла по верхнему (нижнему) пределу. Приравнивая ее к нулю, получаем:

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial x_1} = |F(x_1)|^p - |F(x_1) - t_1|^p = 0 \ \Leftrightarrow F(x_1) = t_1 - F(x_1)$$

или $2F(x_1) = t_1$. Далее для $1 < j < n$ аналогично выводим:

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial x_j} = \left|F(x_j) - t_{j-1}\right|^p - \left|F(x_j) - t_j\right|^p = 0 \ \Leftrightarrow F(x_j) - t_{j-1} = t_j - F(x_j)$$

или

$$2F(x_j) = t_{j-1} + t_j \qquad (2)$$

Для последней переменной x_n имеем:

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial x_n} = |F(x_n) - t_{n-1}|^p - |F(x_n) - 1|^p = 0 \ \Leftrightarrow \ 2F(x_n) = t_{n-1} + 1$$

Если полагать $t_0 = 0; t_n = 1$, то формула (2) подходит для всех $1 \le j \le n$.

Получаем:

$$0 = \frac{\partial \Phi_p}{\partial t_j} = -\int_{x_j}^{x_{j+1}} p\left|F(x) - t_j\right|^{p-1} \mathrm{sgn}\big(F(x) - t_j\big) dx.$$

Разбивая отрезок $[x_j; x_{j+1}]$ на два подотрезка $[x_j; a_j]$ и $[a_j; x_{j+1}]$ и учитывая, что на первом из них $F(x) \le F(a_j)$, а на втором наоборот $F(x) \ge F(a_j)$, получаем в дополнении к системе (2) систему из $n-1$-го уравнения:

$$\int_{x_j}^{a_j} \left(t_j - F(x)\right)^{p-1} dx$$

$$= \int_{a_j}^{x_{j+1}} \left(F(x) - t_j\right)^{p-1} dx\,; \qquad (1 \le j \le n-1) \qquad (3)$$

Подводим итог: решение-строка $(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_{n-1})$ следующей системы:

$$\begin{cases} 2F(x_1) = t_1; \\ 2F(x_2) = t_2 + t_1; \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ 2F(x_{n-1}) = t_{n-1} + t_{n-2}; \\ 2F(x_n) = 1 + t_{n-1}; \\ \int_{x_1}^{a_1} \left(t_1 - F(x)\right)^{p-1} dx = \int_{a_1}^{x_2} (F(x) - t_2)^{p-1} dx\,; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \int_{x_{n-1}}^{a_{n-1}} \left(t_{n-1} - F(x)\right)^{p-1} dx = \int_{a_{n-1}}^{x_n} (F(x) - t_{n-1})^{p-1} dx\,, \end{cases} \qquad (4)$$

если оно единственно, будет точкой наименьшего значения функции Φ_p. Это и есть основной результат настоящей работы.

Библиографический список

1. Дубровин Н.И. Функции распределения случайных величин // Настоящий сборник.

2. Johnson D.B. Dynamic Source Routing in Ad-Hoc Wireless Networks // Mobile Computing / T. Imielinski, H. Korth. – Eds. Kluwer, 1996. – P. 153–181.

3. Park V.D. A Highly Adaptive Distributed Routing Algorithm for Mobile Wireless Networks // Proceedings of the INFOCOM'97. – Kobe, Japan, 1997. – P. 1405 – 1413.

4. Perkins C.E. Ad-hoc On-Demand Distance Vector Routing. // Proc. 2nd IEEE Wksp. MobileComp. Sys. andApps. – Feb. 1999. – P. 90–100.

Дубровин
Николай Иванович
Владимирский государственный университет,
г. Владимир, Россия

Dubrovin N.I.
Vladimir State University,
Vladimir, Russia