МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ВСЕРОССИЙСКАЯ ГРУППА ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ IEEE
АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ООО «ОТКРЫТЫЕ РЕШЕНИЯ»
ОБЩЕСТВО «ЗНАНИЕ» РОССИИ
ПРИВОЛЖСКИЙ ДОМ ЗНАНИЙ

XXII Международная научно-техническая конференция

ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ, УПРАВЛЕНИИ, ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ

Сборник статей

Декабрь 2022 г.

Пенза

УДК 004
ББК 32.81я43+74.263.2+65.050.2я43
П781

П781 **ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ, УПРАВЛЕНИИ, ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ :**
сборник статей XXII Международной научно-технической конференции. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2022. – 356 с.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

Под редакцией ***В.И. Горбаченко,*** доктора технических наук, профессора;
В.В. Дрождина, кандидата технических наук, профессора

Информация об опубликованных статьях предоставлена в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) по договору № 573-03/2014К от 18.03.2014.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

XXII International
scientific and technical conference

PROBLEMS OF INFORMATICS IN EDUCATION, MANAGEMENT, ECONOMICS AND TECHNICS

December, 2022

Penza

УДК 519.21

ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

Н. И. Дубровин

THE DISTRIBUTION FUNCTIONS OF RANDOM VARIABLES

N.I. Dubrovin

Аннотация. В данной работе предлагается один из возможных способов уменьшения трафика передачи данных в коммуникационной сети за счет замены случайной величины, описывающей нагрузку, на дискретную случайную величину с малым количеством возможных значений.

Ключевые слова: маршрутизация, коммуникационная сеть, функция распределения.

Abstract. In this paper we propose one possible way of reducing data traffic in the communication network by replacing the random variable describing the load on a discrete random variable c with a small number of possible values.

Key words: routing, communication network, distribution function.

Введение. Рассмотрим коммуникационную сеть передачи пакетов информации, состоящую из множества узлов V и некоторого набора E потенциальных связей между ними. Каждая связь $e \in E$ характеризуется некоторым числом $d(e)$, далее называемым нагрузкой. Нагрузка может иметь разную природу, рассмотрим тот случай, когда $d(e)$ меняется с течением времени. Пусть число $\mathrm{d(e)}$ есть реализация случайной величины Xс функцией распределения $F(x)$**.** Естественно, что задача маршрутизации в таких вероятностных коммуникационных сетях значительно сложнее классической задачи построения маршрутов в нагруженном графе (см. [1], [2]). Дело в том, что рассматривается распределенная сеть, в которой все узлы равноправны и нет супервизора, который бы в каждый момент рассчитывал маршрутизацию и передавал бы результаты всем подчиненным узлам. Узлы предполагаются интеллектуальными, т.е. способными самостоятельно перерабатывать имеющуюся у них информацию о топологии сети, но сложность заключается в том, что пока узел перерабатывает информацию и строит для себя маршрутную таблицу, топология сети (т.е. фактически числа $d(e)$) может измениться. Конечно, каждый узел в состоянии разослать всем другим узлам лавинным образом служебную информацию о новом распределении нагрузок со своими соседями. Однако суммарный трафик таких служебных рассылок может быть весьма существенным и встает задача о его минимизации.

В данной работе предлагается один из возможных способов уменьшения трафика служебной информации за счет замены случайной величины X на дискретную случайную величину $\Gamma(X)$с малым количеством возможных значений.

Основные оценки. Пусть X -- случайная величина (далее: сл. величина) с функцией распределения $F(x)$ (далее: ф.р.). Ставится задача: найти дискретную сл. величину $\Gamma(X)$ с небольшим количеством принимаемых значений $x_1, x_2, \dots, x_n$и как можно меньше отличающуюся от X. Отличие двух сл. величин X и Y будем понимать в смысле метрики L_p в функциональном пространстве:

$$d_p(X,Y) = \sqrt[p]{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(x) - G(x)|^p dx}. \qquad (1)$$

Здесь $G(x)$ – функция распределения сл. величины Y. Параметр p предполагается ≥ 1. Важнейшие частные случаи: $p = 1$ и $p = 2$. Случай $p = +\infty$ также допустим (и входит в число важнейших), но тогда (1) заменяется на равномерную метрику $d_\infty(X,Y) = \sup|F(x) - G(x)|$.

Для $p = 1$ выражение (1) имеет ясный геометрический смысл – площадь между графиками функций $F(x)$ и $G(x)$. По аналогии с этим случаем будем называть величину (1) р-площадью между графиками функций $F(x)$ и $G(x)$.

Огрубление заданной случайной величины. Пусть D – дискретная сл. величина, принимающая значения $x_1, x_2, \dots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_n$. Как обычно, предполагается

$$\boldsymbol{P}\big(D = x_j\big) = p_j \geq 0; \quad \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j = 1\,. \qquad (2)$$

Обозначим $F_D(x)$ – ф.р. величины D. Для удобства записи этой функции, а также других нижеследующих формул, введем переменные

$$t_1 = p_1;\ t_2 = p_1 + p_2;\ \dots;\ t_{n-1} = p_1 + p_2 + \dots + p_{n-1}$$

однозначно связанные со «старыми» переменными p_j. Тогда функция распределения дискретной сл. величины D примет вид:

$$F_D(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_1; \\ t_1, & \text{если} x_1 \leq x < x_2; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ t_k, & \text{если} x_{k-1} \leq x < x_k; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ 1, & \text{если} x \geq x_n. \end{cases} \qquad (3)$$

Итак, задача состоит в поиске дискретной сл. величины D такой, что р-площадь между графиками функций $F(x)$ и $F_D(x)$ была бы минимальной.

Наложим на сл. величину X ограничение: считаем далее, что несобственные интегралы $\int_0^{+\infty}\left(1-\mathrm{F(x)}\right)^{\mathrm{p}}\mathrm{dx}$, $\int_{-\infty}^{0}\mathrm{F(x)^p dx}$ сходятся.

Для практически важного случая, например, описанного во введении, т.е. когда все возможные значения сл. величины X ограничены, это автоматически выполнено. На рис. 1 показано отличие $F(x)$ от $F_D(x)$ в виде штриховки криволинейных треугольников (рассмотрен случай, когда $0 \le X \le 1$).

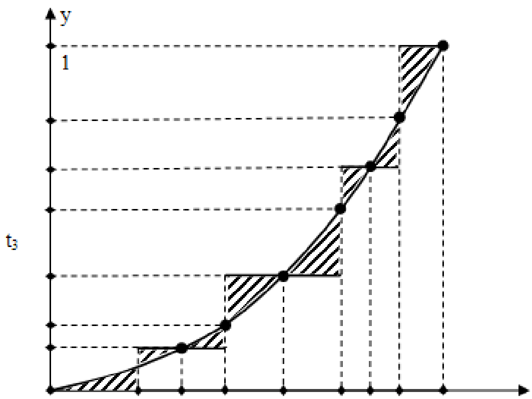

Рис. 1. Отличие X от D

Величины a_j $(1 \le j \le n-1)$ такие, что $F\left(a_j\right) = t_j$ понадобятся нам и далее. Однако это уравнение может не иметь решения. Тогда полагаем

$$a_j = \sup\{x \in \mathbb{R} \mid F(x) < t_j\} \tag{4}$$

Обозначим

$$\Phi_p \coloneqq \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x) - F_D(x)|^p dx \tag{5}$$

для $1 \le p < +\infty$. В случае $p = +\infty$ полагаем $\Phi_\infty := d_\infty(X; D)$.

Библиографический список

1. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с.

2. Таненбаум Э. Компьютерные сети. – Питер, 2022. – 960 с. – ISBN: 978-5-4461-0068-2.

Дубровин
Николай Иванович
Владимирский государственный
университет,
г. Владимир, Россия

Dubrovin N.I.
Vladimir State University,
Vladimir, Russia

УДК 519.21

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ УЗЛОВ СЕТИ

Т. В. Дубровина

CONNECTION SCHEMES OF SERVICE DEVICES

T. V. Dubrovina

Аннотация. Под узлом понимается любое устройство, на которое поступает поток заявок, и каждая из них задерживается на этом приборе на случайное время с плотностью распределения *b(t).* Решаются следующие задачи: символьное описание сложного прибора, полученного последовательно-параллельным соединением простейших приборов и задержек; по заданному символьному описанию сложного прибора находятся его плотность распределения и другие характеристики.

Ключевые слова: обслуживающий прибор, случайный поток, функция распределения, преобразование Лапласа, массовое обслуживание

Abstract. A service device is any device that receives a flow of requests, and each of them is delayed on this device for a random time with a distribution density of b (t). The article gives an approach to solving the following problems: a symbolic description of a complex device obtained by a series-parallel connection of simple devices and delays; a given symbolic description of a complex device to find its distribution density and other characteristics.

Key words: the device operator, random flux, distribution function, Laplace transform, mass service.

Введение. Имеется запас обслуживающих приборов, которые мы назовем простейшими. Соединяя последовательно и/или параллельно простейшие приборы, получаем более сложный обслуживающий прибор. Предполагается, что в систему массового обслуживания поступает пуассоновский поток заявок. Обозначим $b(t)$ плотность распределения времени