

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ВСЕРОССИЙСКАЯ ГРУППА ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ ИЕЕЕ
АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ООО «ОТКРЫТЫЕ РЕШЕНИЯ»
ОБЩЕСТВО «ЗНАНИЕ» РОССИИ
ПРИВОЛЖСКИЙ ДОМ ЗНАНИЙ

*XXII Международная
научно-техническая конференция*

**ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ
В ОБРАЗОВАНИИ, УПРАВЛЕНИИ,
ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ**

Сборник статей

Декабрь 2022 г.

Пенза

УДК 004
ББК 32.81я43+74.263.2+65.050.2я43
П781

П781 **ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБРАЗОВАНИИ,
УПРАВЛЕНИИ, ЭКОНОМИКЕ И ТЕХНИКЕ :**
сборник статей XXII Международной научно-технической
конференции. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2022. – 356 с.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

Под редакцией В.И. Горбаченко, доктора технических наук,
профессора;
В.В. Дрождина, кандидата технических наук,
профессора

Информация об опубликованных статьях предоставлена в систему Рос-
сийского индекса научного цитирования (РИНЦ) по договору
№ 573-03/2014К от 18.03.2014.

ISBN 978-5-8356-1800-2
ISSN 2311-0406

© Пензенский государственный
университет, 2022
© АННМО «Приволжский Дом знаний», 2022

*XXII International
scientific and technical conference*

**PROBLEMS OF INFORMATICS
IN EDUCATION, MANAGEMENT,
ECONOMICS AND TECHNICS**

December, 2022

Penza

ПОСТРОЕНИЕ МАШИНЫ ТЬЮРИНГА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЧИСЕЛ

О.А. Садовский, Н.О. Романов, Н.Г. Яковлева

MAKING A TURING MACHINE FOR NUMBER PROCESSING

O.A. Sadovsky, N.O. Romanov, N.G. Yakovlev

Аннотация. Приводятся алфавиты, в которых функционирует машина, и способ задания программы машины Тьюринга. На этой основе рассматривается пример построения программы для машины Тьюринга, которая переводит число из унарной системы счисления в систему счисления произвольной мощности.

Ключевые слова: машина Тьюринга, математическая логика, теория алгоритмов, алгоритм.

Abstract. This paper is devoted to the alphabets in which the machine functions and the method of setting the Turing machine program. On this basis, an example of building a program for a Turing machine that converts a number from a unary number system to a number system of arbitrary power is considered.

Keywords: Turing machine, mathematical logic, theory of algorithms, algorithm.

Для записи алгоритма работы машины Тьюринга (МТ) используется несколько алфавитов:

1. Алфавит сдвигов [3]:

$$P = \{L, S, R\},$$

где L – сдвиг головки влево, S – головка остаётся на месте, R – головка смещается вправо.

2. Внешний алфавит – алфавит, в котором записывается задача для МТ [1].

$$M = \{m_0, m_1, \dots, m_n\}, n \geq 2.$$

Первым элементом внешнего алфавита будет пустой символ λ :

$$m_1 = \lambda, M = \{\lambda, m_1, \dots, m_n\}.$$

3. Алфавит внутренних состояний – состояния, в которых может находиться МТ [1].

$$Q = \{q_0, q_1, \dots, q_l\}, l \geq 2,$$

где q_0 – конечное состояние, q_1 – начальное состояние, тогда

$$Q' = \{q_1, \dots, q_l\}.$$

Предполагается, что алфавиты не связаны друг с другом:

$$M \cap P = \emptyset, Q \cap P = \emptyset, Q \cap M = \emptyset.$$

Конфигурацией МТ называется полное описание её состояния по итогу работы шага машины и содержит информацию о слове, находящемся на ленте, и положении головки на ленте [2]. Конфигурация МТ записывается следующим образом:

$$\alpha_1 q_j \alpha_2,$$

где α_1 – слово, находящееся слева от головки, α_2 – слово, состоящее из буквы, которую обозревает головка, и остальной части слова.

Программа для МТ может быть записана в виде функциональной таблицы [3]:

M	Q'				
	q_1	...	q_j	...	q_l
m_1	⋮				
⋮					
m_i	...	$q_s m_s p_s$...
⋮					
m_n	⋮				

Для перевода числа из унарной системы счисления в систему счисления заданной мощности на основе заданных алфавитов разрабатывается машина Тьюринга (МТ).

Рассматривается работа такой машины на примере перевода числа $||||_1$ из унарной системы счисления в систему счисления заданной мощности 5_{10} .

Для реализации этой задачи создаются две машины, выполняющие следующие функции:

1. Уменьшение унарного числа на единицу.
2. Прибавление к заданному числу единицы для системы счисления произвольной мощности.

При этом первая машина Тьюринга будет иметь вид:

M	Q'		
	q_1	q_2	q_3
λ	$q_2 \lambda L$		$q_0 \lambda R$
	$q_1 R$	$q_3 \lambda L$	$q_3 L$

Последовательность конфигураций работы над словом $||_1$ будет следующей:

$q_1|$
 $|q_1|$
 $||q_1\lambda$
 $|q_2|$
 $q_3|\lambda$
 $q_3\lambda|\lambda$
 $\lambda q_0|\lambda$

Создаётся вторая машина, прибавляющая единицу к двоичному числу.

M	Q'		
	q ₁	q ₂	q ₃
λ	q ₃ λL	q ₀ λR	q ₀ 1S
0	q ₁ 0R	q ₂ 0L	q ₂ 1L
1	q ₁ 1R	q ₂ 1L	q ₃ 0L

Последовательность конфигураций работы над словом 11₂ будет следующая:

$q_1 11$
 $1q_1 1$
 $11q_1$
 $1q_3 1$
 $q_3 10$
 $q_3 \lambda 00$
 $q_0 100$

Проводится объединение двух машин Тьюринга:

M	Q'		
	q ₁	q ₂	q ₃
λ	q ₂ λL	q ₀ λR	q ₁ 1R
	q ₁ R	q ₃ λL	q ₃ L
0	q ₁ 0R	q ₂ 0L	q ₁ 1R
1	q ₁ 1R	q ₂ 1L	q ₃ 0L

Последовательность конфигураций работы над словом ||₁ будет следующая:

$q_1|$
 $|q_1|$
 $||q_1\lambda$
 $|q_2|$
 $q_3|$
 $q_3\lambda|$

$$\begin{array}{l}
 1q_1| \\
 1|q_1\lambda \\
 1q_2| \\
 q_31 \\
 q_3\lambda0 \\
 1q_10 \\
 10q_1\lambda \\
 1q_20 \\
 q_210 \\
 q_2\lambda10 \\
 q_010
 \end{array}$$

Теперь составляется вторая машина для восьмеричной системы счисления:

M	Q'		
	q ₁	q ₂	q ₃
λ	q ₃ λ L	q ₀ λ R	q ₀ 1S
0	q ₁ 0R	q ₂ 0L	q ₂ 1L
1	q ₁ 1R	q ₂ 1L	q ₂ 2L
2	q ₁ 2R	q ₂ 2L	q ₂ 3L
3	q ₁ 3R	q ₂ 3L	q ₂ 4L
4	q ₁ 4R	q ₂ 4L	q ₂ 5L
5	q ₁ 5R	q ₂ 5L	q ₂ 6L
6	q ₁ 6R	q ₂ 6L	q ₂ 7L
7	q ₁ 7R	q ₂ 7L	q ₃ 0L

Последовательность конфигураций работы над словом 7_8 будет следующей:

$$\begin{array}{l}
 q_17 \\
 7q_1\lambda \\
 q_37 \\
 q_3\lambda0 \\
 q_010
 \end{array}$$

Проводится синтез первой и второй машин для восьмеричной системы счисления:

M	Q'		
	q ₁	q ₂	q ₃
λ	q ₂ λL	q ₀ λR	q ₁ 1R
	q ₁ R	q ₃ λL	q ₃ L
0	q ₁ 0R	q ₂ 0L	q ₁ 1R
1	q ₁ 1R	q ₂ 1L	q ₁ 2R
2	q ₁ 2R	q ₂ 2L	q ₁ 3R
3	q ₁ 3R	q ₂ 3L	q ₁ 4R
4	q ₁ 4R	q ₂ 4L	q ₁ 5R
5	q ₁ 5R	q ₂ 5L	q ₁ 6R
6	q ₁ 6R	q ₂ 6L	q ₁ 7R
7	q ₁ 7R	q ₂ 7L	q ₃ 0L

Последовательность работы МТ для начальной конфигурации |||||₁ (8₁₀) будет выглядеть следующим образом. Так как машина в результате работы с данным словом будет иметь большое количество конфигураций, то вместо последовательности конфигураций рассматривается последовательность изменений слова:

```

|||||||
|||||||
1|||||||
1|||||||
2|||||||
2|||||
3|||||
3||||
4||||
4|||
5|||
5||
6||
6|
7|
7
0
10

```


Таким образом, исходя из полученных машин Тьюринга, можно составить общее описание для машины, которая переводит число из унарной системы счисления в число произвольной системы счисления:

M	Q'		
	q ₁	q ₂	q ₃
λ	q ₂ λL	q ₀ λR	q ₁ 1R
	q ₁ R	q ₃ λL	q ₃ L
0	q ₁ 0R	q ₂ 0L	q ₁ 1R
⋮	⋮		
n _i	q ₁ n _i R	q ₂ n _i L	q ₁ n _{i+1} R
⋮	⋮		
n _k	q ₁ (k - 1)R	q ₂ (k - 1)L	q ₃ 0L

где k – основание системы счисления,

$$N = \{0, \dots, n_i, \dots, (k - 1)\}, |N| = k, N \subset M;$$

$$M = \{\lambda, |, 0, \dots, n_i, \dots, (k - 1)\}, |M| = k + 2$$

Приведённые базовые принципы построения алгоритмов на примере машины Тьюринга позволили составить частные решения задачи по переводу числа из унарной системы счисления в систему счисления заданного основания. В результате чего произведён переход от описания частных машин Тьюринга к описанию общей машины по переводу унарного числа в систему счисления с произвольным основанием.

Библиографический список

1. Фалевич Б.Я. Теория алгоритмов. - М.: Машиностроение, 2004. - 160 с.
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. - 3-е изд., перераб и доп. – СПб.: Лань, 2004. - 400 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пособие. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2005. - 416 с.

Садовский Олег Артурович
Романов Николай Олегович
Яковлева Наталья Геннадьевна
 Тверской государственный
 технический университет,
 г. Тверь, Россия

Sadovsky O.A.
Romanov N.O.
Yakovleva N.G.
 Tver State Technical University,
 Tver, Russia