

Абу-Абед Ф.Н., Глодева Е.А., Хабаров А.Р., Допира Р.В. Характеристики сложных технических систем как стохастических сетей. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XIV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2014. – С. 10-14.

УДК 519.872.5

## ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ КАК СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Ф.Н. Абу-Абед, Е.А. Глодева, А.Р. Хабаров, Р.В. Допира

## CHARACTERISTICS OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS AS STOCHASTIC NETWORKS

F.N. Abu-Abed, E.A. Glodeva, A.R. Khabarov, R.V. Dopira

**Аннотация.** Для формализации моделей сложных технических систем лучше использовать не отдельные системы массового обслуживания, а стохастическую сеть. Для этого приводится описание стохастической сети, определяются вероятности состояний и приводятся способы вычисления выходных характеристик как для замкнутых, так и для разомкнутых сетей. Простые аналитические выражения для определения характеристик сложных технических систем как сетевых моделей имеются лишь для узкого круга систем, поэтому в ряде случаев приходится прибегать к численным моделям.

**Ключевые слова:** сложные технические системы, стохастические сети массового обслуживания, замкнутые сети, разомкнутые сети, вероятности состояний.

**Abstract.** To formalize models of complex technical systems is better to use stochastic network than separate queuing systems, in this paper given the description of a stochastic network, determined by probabilities of states and provides methods for calculating the output characteristics for both closed and open-loop mode networks. Simple analytical expression for the characterization of complex technical systems as network models are available only for a narrow range of systems, so in some cases it is necessary to resort to numerical models.

**Keywords:** complicated technical systems, stochastic queuing networks, closed networks, open-loop network, the state probabilities.

### Введение

Проблема разработки моделей сложных технических систем и реализация их алгоритмов требуют определения значений ряда характеристик и учёта большого числа факторов, отражающих процессы организационного управления. Применение аналитических выражений и Марковских моделей не всегда оказывается возможным и эффективным для определения значений выходных характеристик функционирования сложных технических систем, поэтому в работе предлагается использовать стохастические сети массового обслуживания, которые облегчают исследование операций и процессов, протекающих в системах и, как следствие, прогнозирование технического состояния элементов [3].

### Описание стохастической сети

Обычно сложная техническая система (СТС) представляется не отдельной СМО, а стохастической сетью [1]. Для описания СТС в виде стохастической сети определяются следующие параметры:

- 1) число СМО, образующих сеть  $(S_1, S_2, \dots, S_n)$ ;
- 2) число каналов каждой СМО  $(m_1, \dots, m_n)$ ;
- 3) матрица вероятностей передач  $P = [p_{ij}]$ , где  $p_{ij}$  – вероятность того, что заявка, покидающая систему  $S_i$ , поступает в систему  $S_j$  ( $i, j=0, 1, \dots, n$ );
- 4) интенсивность  $\lambda_0$  источника заявок  $S_0$  в разомкнутой сети или число  $M$  заявок в замкнутой сети;
- 5) средние длительности обслуживания заявок  $\vartheta_1, \dots, \vartheta_n$  в системах  $S_1, \dots, S_n$ .

Рассмотрим характеристики экспоненциальных сетей, как это сделано в работе. Экспоненциальная стохастическая сеть имеет простейшие входные потоки и распределённые по экспоненциальному закону длительности обслуживания заявок в различных системах сети. В установившемся режиме вероятность передачи заявки из системы  $S_i$  в систему  $S_j$  равна доле потока, поступающего из системы  $S_i$  в систему  $S_j$ . Если система без потерь, то на входе системы  $S_i$  имеется поток с интенсивностью

$$\lambda_i = \sum_{j=0}^n p_{ij} \lambda_0, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (1)$$

Из этой системы уравнений находятся соотношения интенсивностей потоков  $\lambda_j$  и  $\lambda_0$  в виде

$$\lambda_j = \alpha_j \lambda_0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $\alpha_j$  – коэффициент передачи, который определяет среднее число этапов обслуживания одной заявки в системе  $S_j$ .

Для замкнутой сети принимается  $\lambda_0 = 1$ .

### Определение вероятности состояний

В стационарном установившемся режиме вероятность того, что в системе  $S_j$  находится  $M_j$  заявок, определяется из выражения

$$\pi_{M_j} = \beta_j^{M_j} R_j(M_j) \pi_{0j}, \quad (3)$$

где

$$\beta_j = \lambda_j \vartheta_j = \begin{cases} \rho_j & \text{при } m_j = 1; \\ k_j & \text{при } m_j > 1. \end{cases} \quad (4)$$

$$R_j(M_j) = \begin{cases} 1/M_j! & \text{при } M_j \leq m_j; \\ 1/m_j! m_j^{M_j - m_j} & \text{при } M_j > m_j; \end{cases} \quad (5)$$

$$\pi_{0j} = \left( \sum_{M_j=0}^{m_j-1} \frac{\beta_j^{M_j}}{M_j!} + \frac{\beta_j^{m_j}}{m_j!(1-\beta_j/m_j)} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Вероятность состояния замкнутой сети  $P(M_1, \dots, M_n)$ , характеризующая вероятность того, что в системе  $S_1$  находится  $M_1$  заявок, и т. д., вычисляется по формуле

$$P(M_1, \dots, M_n) = \frac{\prod_{j=1}^n R_j(M_j) (\alpha_j \vartheta_j)^{M_j}}{\sum_{A(M,n)} \prod_{j=1}^n R_j(M_j) (\alpha_j \vartheta_j)^{M_j}}, \quad (7)$$

где  $\sum_{A(M,n)}$  – символ суммирования по всем возможным состояниям, для которых

$$\sum_{j=1}^n M_j = M. \quad (8)$$

По вероятностям состояний определяются характеристики сети.

### Вычисление характеристик разомкнутой сети

В разомкнутой экспоненциальной сети в стационарном режиме согласно теореме Джексона можно считать, что сеть состоит из совокупности независимых СМО с простейшими входными потоками [2]. Для каждой СМО характеристики определяются отдельно.

Для каждой  $S_j$  СМО сети средняя длина очереди

$$l_j = \frac{\beta_j^{m_j+1}}{m_j! m_j (1 - \beta_j/m_j)^2} \pi_{0j}, \quad (9)$$

среднее число в системе

$$n_j = l_j + \beta_j, \quad (10)$$

а среднее время ожидания в очереди  $\omega_j$  и пребывания в системе  $u_j$  определяются по формулам Литтла из (9) и (10). Тогда характеристики сети в целом:

$$\text{среднее число заявок во всех очередях} \quad l = \sum_{j=1}^n l_j, \quad (11)$$

$$\text{среднее число заявок в сети} \quad N = \sum_{j=1}^n n_j, \quad (12)$$

$$\text{среднее время ожидания в очередях} \quad \omega = \sum_{j=1}^n \alpha_j \omega_j, \quad (13)$$

$$\text{среднее время реакции сети} \quad u = \sum_{j=1}^n \alpha_j u_j. \quad (14)$$

### Вычисление характеристик замкнутой сети

Для любой  $S_j$  СМО сети средняя длина очереди

$$l_j = \sum_{r=m_j+1}^M (r - m_j) P(M_j = r), \quad (15)$$

среднее число заявок в СМО

$$n_j = \sum_{r=0}^M r P(M_j = r), \quad (16)$$

средние времена ожидания  $\omega_j$  и пребывания  $u_j$  вычисляются по формулам Литтла. Среднее время цикла сети, т. е. интервал времени между двумя последовательными выходами одной и той же заявки из СМО  $S_i$ , составляет  $U_j = M/\lambda_j$ .

### Заключение

Простые аналитические выражения для определения характеристик СТС как сетевых моделей имеются лишь для узкого круга систем. В ряде случаев приходится прибегать к численным моделям.

#### Библиографический список

1. Абу-Абед Ф.Н. Методы приближённой оценки характеристик вычислительных систем // Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем : сборник статей VII Международной научно-технической конференции. – Пенза, 2012.

2. Абу-Абед Ф.Н. Модели и методы вычислительных систем / Тверской государственный технический университет. – Тверь, 2012. – 50 с.

3. Арепин Ю.И., Допира Р.В., Смоляков А.А. Военная кибернетика: Методология создания автоматизированных систем управления техническим обеспечением / ЗАО НИИ ЦПС. – Тверь, 2006. – 204 с.

**Абу-Абед Фарес Надимович**

Тверской государственный  
технический университет,

г. Тверь, Россия

E-mail: [aafares@mail.ru](mailto:aafares@mail.ru)

**Abu-Abed Fares**

Tver State Technical University,

Tver, Russia

**Глодева Елена Андреевна**

Тверской государственный  
технический университет,

г. Тверь, Россия

E-mail: [elena\\_glodeva@mail.ru](mailto:elena_glodeva@mail.ru)

**Glodeva Elena Andreevna**

Tver State Technical University,

Tver, Russia

**Хабаров Алексей Ростисла-  
вович**

Тверской государственный  
технический университет,

г. Тверь, Россия

E-mail: [al\\_xabarov@mail.ru](mailto:al_xabarov@mail.ru)

**Khabarov Alexey Rostislavovich**

Tver State Technical University,

Tver, Russia

**Допира Роман Викторович**

Научно-производственное  
объединение "Русские базовые  
информационные техноло-  
гии", Обособленное предприя-  
тие ОАО "НПО РусБИТех",

г. Тверь, Россия

E-mail: [rvdopira@yandex.ru](mailto:rvdopira@yandex.ru)

**Dopira Roman Viktorovich**

Scientific and Production Associa-  
tion "Russian basic information  
technology", Separate enterprise  
"NPO RusBITeh", Tver, Russia