

Иванова А.В., Абу-Абед Ф.Н. Анализ подходов к решению обобщенной задачи о назначениях в сфере управления проектами. // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XVI Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: ПДЗ, 2016. – С. 168-173.

УДК 517.977.5

## АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ В СФЕРЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ

А.В. Иванова, Ф.Н. Абу-Абед

## ANALYSIS OF APPROACHES TO SOLVING THE GENERALIZED ASSIGNMENT PROBLEM IN THE MANAGEMENT OF PROJECT

A.V. Ivanova, F.N. Abu-Abed

**Аннотация.** Рассматриваются подходы к решению задачи оптимального выбора кандидатов на выполнение работ в конкурсных проектах, с учетом ограничений, обозначенных в заранее объявленных нормативах. Представлена математическая модель задачи, при этом целевой функцией является минимизация затрат на реализацию проектов. Приводится один из подходов к решению, основанный на вычислительных методах, предоставляемых пакетом Microsoft Office Excel.

**Ключевые слова:** задача о назначениях, распределение проектов, оптимизация расходов.

**Abstract.** The article discusses the problem of optimal assignment of candidates to perform activities in competitive projects taking into account the limitations identified in the pre-announced regulations. A mathematical model of the problem is presented, and the objective function is to minimize the costs for projects. We present an approach to the solution based on computational methods of the package Microsoft Office Excel.

**Keywords:** generalized assignment problem, management of project, cost optimization.

Широкое распространение конкурсной формы отбора исполнителей работ по проекту сделало актуальной проблему наиболее выгодного выбора подрядчиков. Решение задачи оптимального назначения исполнителей значительно повышает эффективность распределения финансирования и производит положительный экономический эффект. Анализ способов поиска оптимума и выбор алгоритмов – важный этап решения проблемы.

### Модель задачи

В формализованном виде задача оптимального назначения на выполнение проектов выглядит следующим образом: задано множество выставленных на конкурс проектов  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_j, \dots, Q_m\}$  и множество возможных претендентов на выполнение отдельных проектов  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_i, \dots, I_n\}$ . Требуется распределить множество проектов  $Q$  между исполнителями  $I$ , т.е. определить матрицу назначений:

$$X = \left\| X_{ij} \right\| \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где

$$X_{ij} \begin{cases} 1, & \text{при назначении } i - \text{го исполнителя на выполнение } j - \text{го проекта;} \\ 0 & - \text{в противном случае.} \end{cases}$$

так, чтобы выполнялось:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m X_{ij} \rightarrow m, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1, \quad (3)$$

$$\tau(X_{ij}) \leq T_{\text{dur}}(Q_j), \quad (4)$$

$$C_{ij} \leq C_j^0, \quad (5)$$

$$P(X_{ij}) \geq P_j^0, \quad (6)$$

$$C_i^{\min} \leq \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij} \leq C_i^{\max}, \quad (7)$$

где  $\tau(X_{ij})$  – время до завершения  $j$ -го проекта  $i$ -м исполнителем, не должно превышать директивное  $T_{\text{дир}}(Q_j)$ ;

$C_{ij}$  – заявленная  $i$ -м исполнителем стоимость выполнения  $j$ -го проекта, не должна превышать бюджет проекта  $C_j^0$ ;

$P(X_{ij})$  – экспертный коэффициент оценки компетентности подрядчика, оценивающий возможность успешного завершения им проекта  $Q_j$ , не менее требуемой по нормативу величины  $P_j^0$ ;

$\sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij}$  – стоимость выполнения проектов, назначенных  $i$ -му исполнителю;

$C_i^{\min}$ ,  $C_i^{\max}$  – минимальное и максимальное финансирование исполнителя.

Таким образом, математическая формулировка задачи исходя из (2)–(7) выглядит следующим образом: минимизировать

$$C(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} \pi_{ij} X_{ij} \rightarrow \min. \quad (8)$$

Переменная  $\pi_{ij}$  не допускает распределения проектов исполнителя, не претендующего в конкурсе на этот проект.

Ограничения (2) и (3) означают, что все  $m$  проектов распределены в результате конкурса, и один проект распределяется соответственно только одному исполнителю, а ограничение (4) обеспечивает выполнение проектов в заданные директивные сроки.

Ограничения (7) обусловлены необходимостью минимального обеспечения предприятия-исполнителя заказами ( $C_{\min}$ ) для его функционирования, а также призваны учитывать его возможности по освоению выделяемых ассигнований ( $C_{\max}$ ).

Ограничения (6) обеспечивают требуемую надежность выполнения особенно важных проектов, срыв которых может привести к значительному ущербу [1].

### Подходы к решению

В формализованном виде задача представляет собой задачу комбинаторной оптимизации, также ее можно охарактеризовать как общую задачу о назначениях с дополнительными условиями.

Обобщенная задача может быть решена несколькими методами. Вот некоторые из них:

- метод полного перебора;
- метод «ветвей и границ»;
- эвристические алгоритмы («алгоритм жадности», метод поиска «ближайшего соседа»);
- метод «восхождения»;
- генетические алгоритмы (эволюционные вычисления);
- мета-эвристики (локальная оптимизация, гибридные схемы) и др.

Из перечисленных методов наиболее затратным по машинному времени является метод полного перебора, наиболее выгодным – метод «ветвей и границ» и генетические алгоритмы. Однако стоит отметить, что сложные алгоритмы требуют частных подходов для каждой формализованной задачи, модификаций, учитывающих все дополнительные ограничения [2]. На практике разработка подобных algo-

ритмов – длительный процесс, требующий многочисленных проверок корректности работы алгоритма и написания соответствующего ПО разработчиками, компетентными в области математической оптимизации, что не всегда выполнимо.

Альтернативой данному подходу является использование алгоритмов нелинейной оптимизации, широко представленных в вычислительных пакетах. Их применение позволяет гибко менять модель задачи – добавлять и убирать ограничения, вводить дополнительные переменные, не меняя при этом принцип работы алгоритма и не требуя написания специального программного обеспечения. В качестве инструмента, обеспечивающего применение вычислительных методов к формализованной задаче, может выступать пакет Microsoft Office Excel.

Для разработанной математической модели задачи на экспериментальных данных было найдено допустимое решение, с использованием инструментария надстройки «Поиск решения» Microsoft Office Excel, выполняющего поиск методом Ньютона.

### Применение вычислительных методов Microsoft Office Excel

В случае применения инструментов Microsoft Office Excel экспериментальные данные математической модели записываются в следующем виде:

1) матрица проектов и исполнителей, элементами которой служат заявленные стоимости выполнения работ. В случае несоответствия поданных заявок нормативным требованиям проекта в качестве стоимости выставляется очень большая величина, что не дает алгоритму поиска оптимального значения – минимума – выбрать данный вариант

Исполнители \ Проекты	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
I1	14	15	7	5	2	11
I2	7	13	8	11	3	8
I3	11	12	9	12	2	6
I4	8	14	10	10	1	10
I5	10	11	9	9	13	9

2) список ограничений по финансированию предприятий, минимальный бюджет  $C_{\min}$  и максимальный объем финансирования  $C_{\max}$ , в случае их отсутствия ограничения не накладываются

Исполнитель	Стоимость	$C_{\min}$	$C_{\max}$
I1	12	10	15
I2	8,000008	7	12
I3			
I4	9,000001026	8	20
I5	11	10	13

3) целевая функция, т.е. поиск минимума  $C(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min$ , в Excel будет задаваться как сумма произведений ячеек стоимостной матрицы проектов и исполнителей и искомых значений матрицы назначений X:

СУММПРОИЗВ([диапазон значений C];[диапазон значений X]);

#### 4) матрица начальных приближений X

Проекты Исполнители	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
I1	0	0	1	1	0	0
I2	0	0	0	0	0	1,000001
I3	0	0	0	0	2,12E-07	0
I4	1	0	1,03E-07	0	1	0
I5	0	1	0	0	5,17E-15	0
Сумма	1	1	1	1	1	1,000001

Полученные результаты вычислительного эксперимента удовлетворяют всем ограничениям,  $C(X)_{\min} = 40$ .

Однако инструментарий Excel, как и все численные итеративные методы, обладают рядом недостатков, что существенно затрудняет их применение: при поиске условного экстремума данные методы осуществляют поиск локального экстремума, а также обладают вероятностью заикливания. Кроме этого, они требуют приближенного начального решения – определения некоторого допустимого распределения, и в случае неудачных начальных значений не позволяют решить задачу [3].

#### **Заключение**

Для решения задачи оптимального выбора кандидатов на выполнение работ существует множество подходов, достаточно эффективным и удобным с точки зрения гибкости и отсутствия временных затрат на разработку специальных алгоритмов и дополнительного ПО является использование вычислительных методов, представленных, в частности, в Microsoft Office Excel.

При решении более сложных задач этого типа разрабатываются специфические алгоритмы, исключающие наиболее критические недостатки данного подхода – требование начальных приближенных значений, обнаружение локальных минимумов и др.

#### Библиографический список

1. Кордюков Р.Ю. Метод оптимизации размещения гособоронзаказа на предприятиях оборонно-промышленного комплекса // Научный вестник ОПК России. 2015. № 2. С. 70–73.

2. Абу-Абед Ф.Н., Мартынов Д.В., Сергиенко С.В., Кордюков Р.Ю. Имитационная модель оценки производительности ремонтно-диагностического комплекса // Программные продукты и системы. 2015. №1. С. 107–116.

3. Иванова А.В., Абу-Абед Ф.Н. Построение имитационных моделей со случайными событиями и процессами // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: сборник статей XV Междунар. научно-техн. конф. / под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. Пенза, 2015. С. 38–42.

**Иванова Анна Викторовна**  
Тверской государственный  
технический университет,  
г. Тверь, Россия  
E-mail: tiki.mikck@yandex.ru

**Ivanova A.V.**  
Tver State Technical University,  
Tver, Russia

**Абу-Абед Фарес Надимович**  
Тверской государственный  
технический университет,  
г. Тверь, Россия  
E-mail: aafares@mail.ru

**Abu-Abed F.N.**  
Tver State Technical University,  
Tver, Russia